TEMA 8.

SISTEMAS TRIFÁSICOS

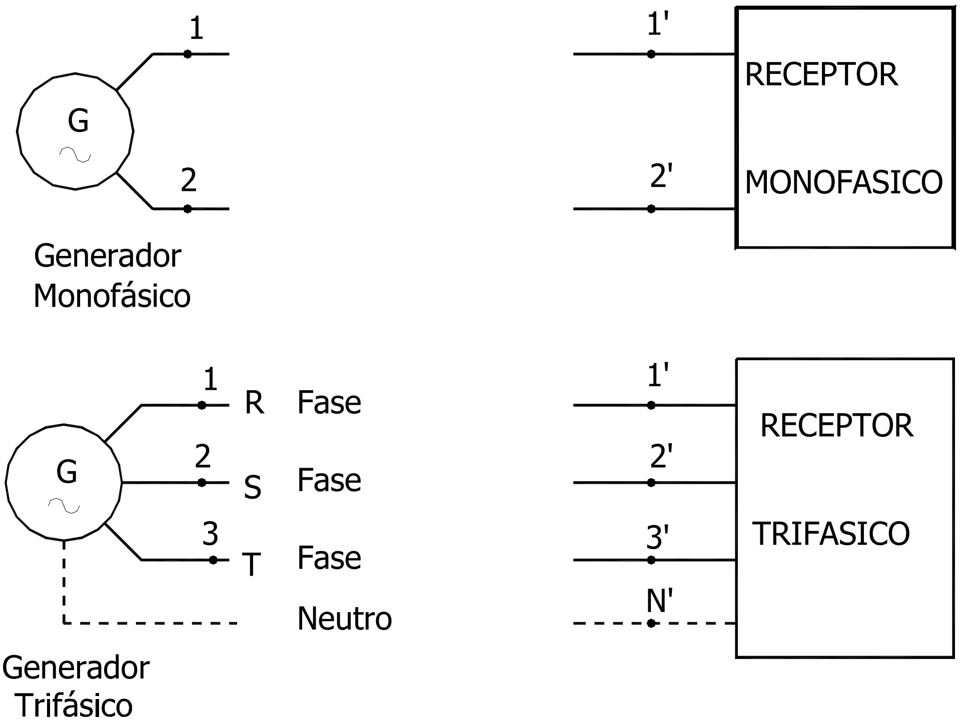
Fr. Casares /2011 / 11

TEMA 8

SISTEMAS TRIFÁSICOS

Anteriormente se ha tratado los circuitos monofásicos, y cómo se puede generar una tensión alterna senoidal cuando una bobina se mueve dentro de un campo magnético. La aparición de esta única onda alterna, hace que se denomine esta máquina: GENERADOR MONOFÁSICO.

Si el número de bobinas en el rotor se incrementa de una forma especial, el resultado es un generador polifásico que produce más de una onda alterna en cada revolución.

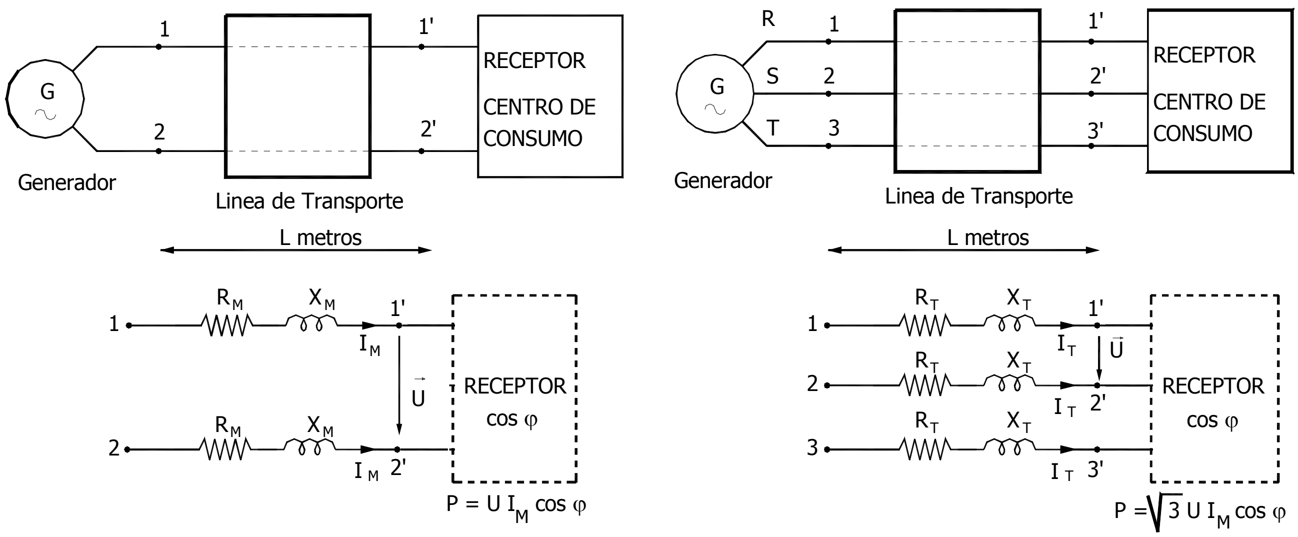


En este capítulo se estudiará únicamente los sistemas trifásicos que son los que con más frecuencia se utilizan en la generación, transporte y distribución de energía eléctrica.

8.1.- VENTAJAS DE LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

a) Una línea monofásica sometida a una tensión **U** y recorrida por una intensidad **I** con un factor de potencia **cos φ**, transmite una potencia media dada por **P = U I Cos φ**. Si a esta línea le añadimos un tercer hilo tendremos una línea trifásica que transmite entonces una potencia $P_T = \sqrt{3}\, U\, I_T \cos\varphi$ (según se vera posteriormente). Es decir, con un incrementó de solo el **50 %** en el coste de los conductores de la línea, se aumenta la capacidad de transmisión de potencia en un **73 %**.

Ahora bien, si lo que se pretende es transportar una determinada energía a una cierta tensión el sistema trifásico es más económico que el sistema monofásico a igualdad de potencia a transmitir e igualdad en las pérdidas por efecto Joule en la línea, ya que se obtiene un ahorro en peso de material conductor de un **25%**.



Ciertamente, si yo quiero alimentar a un receptor que consume una potencia P, que tiene un factor de potencia fijo, cos φ, a una tensión dada, las pérdidas de energía (P_P) en la línea por efecto Joule serán:

Para el sistema monofásico: $P_{P,M} = 2\, R_M\, I_M^2 = \dfrac{2\rho L}{S_M}\, I_M^2$

Para el sistema trifásico: $P_{P,T} = 3\, R_T\, I_T^2 = \dfrac{3\rho L}{S_T}\, I_T^2$

Esto es debido a que la resistencia total de un hilo conductor de resistividad ρ, longitud L y sección S, vale: $R = \rho L / S$.

Para una potencia consumida determinada, lógicamente si yo quiero sustituir un tipo de línea por otro, será considerando que las pérdidas son iguales:

$$\frac{2\rho L}{S_M} I_M^2 = \frac{3\rho L}{S_T} I_T^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{2}{S_M} I_M^2 = \frac{3}{S_T} I_T^2 \qquad (1)$$

debido a que se ha supuesto que estamos transportando la misma energía, de las formulas de la potencia monofásica y trifásica igualandolas se obtendrá que $I_M = \sqrt{3}\, I_T$, la cual sustituyendola en (1) se obtendrá que:

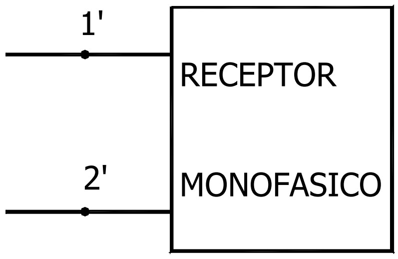
$$S_T = \frac{S_M}{2}$$

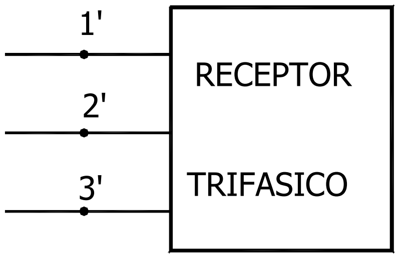
con lo cual el **volumen de material conductor** en las diferentes líneas sera:

* Vol. línea trifásica: **3 S_T L**
* Vol. línea monofásica: 2 S_M L = **4 S_T L**

donde ya se puede observar que en una línea trifásica, con las condiciones impuestas, el ahorro de peso en material conductor es del **25%.**

b) La potencia instantánea de un sistema trifásico es constante independiente del tiempo lo que implica en los motores, de C.A. trifásicos, un par motor uniforme, lo que evita vibraciones y esfuerzo en el rotor de los motores de C.A. trifásicos.





$p(t) = P\,(1 + \text{sen}\,(2\omega t - \pi/2)) - UI\ \text{sen}\ \varphi\ \text{sen}\ (2\omega t)$
Pot. Instantánea dependiente del tiempo

$p(t) = \sqrt{3}\, U\, I\, \cos\, \varphi$
Pot. Inst. Cte

c) Los motores TRIFÁSICOS pueden arrancar por sí mismos; sin embargo los motores monofásicos necesitan de dispositivos especiales para conseguir su arranque.

d) Permite el empleo de los motores trifásicos asíncronos, que son los receptores más utilizados, y son dentro del grupo de los motores los más económicos y robustos que se conocen.

8.2.- GENERACIÓN DE TENSIONES TRIFÁSICAS

Como ya se explico en un tema anterior, en los terminales de una espira o conjunto de ellas que giran con velocidad uniforme ω (rad/s) en el seno de un campo magnético de inducción B (cte) se induce una fuerza electromotriz de valor:

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt} = N\,\omega\,B\,S\,\mathrm{sen}\,(\omega t) = E_0\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

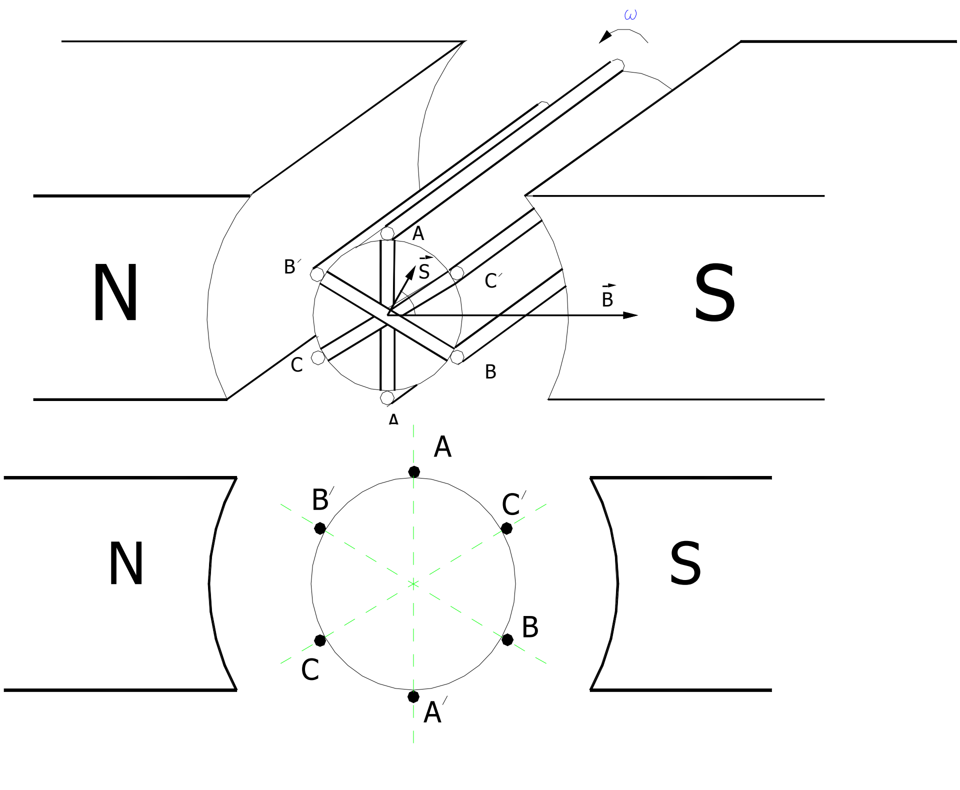
siendo $E_0 = N\,B\,S\,\omega$

Si colocamos tres espiras desfasadas entre si 120º en el campo magnético uniforme y girando con velocidad ω (rad/s) la f.e.m. inducida en las tres bobinas iguales tendrán por expresión:

$$e_A = E_0\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

$$e_B = E_0\,\mathrm{sen}\,(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$$

$$e_C = E_0\,\mathrm{sen}\,(\omega t - \frac{4}{3}\pi)$$



Cada devanado en el que se produce una tensión alterna senoidal se denomina FASE y a este tipo de generador se le denomina TRIFÁSICO.

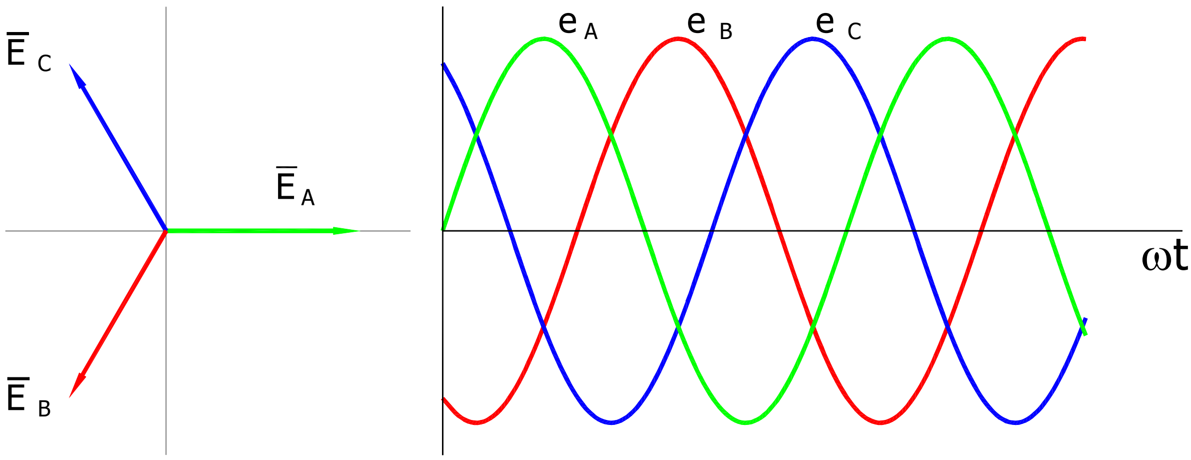
Se puede observar que en cualquier instante de tiempo se cumple

$e_A + e_B + e_C = 0$

La representación de este tipo de sistema trifásico simétrico formado por tres tensiones senoidales del mismo valor eficaz, la misma frecuencia y desfasadas entre si 120º será:

$$\overline{E}_A = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\underline{|\,0} \qquad \overline{E}_B = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\underline{|\,-120} \qquad \overline{E}_C = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\underline{|\,120}$$

o bien gráficamente:

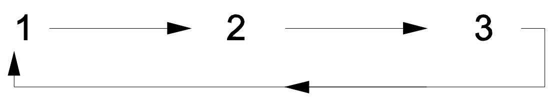


y se cumple que $\overline{E}_A + \overline{E}_B + \overline{E}_C = 0$

La SECUENCIA DE FASE es el orden en el que se suceden los valores máximos de las tensiones de cada una de las fases de un generador trifásico.

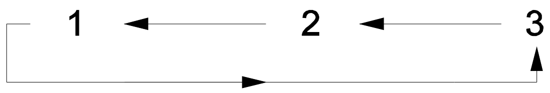
En lo sucesivo las notaciones que se emplearán para las fases serán numéricas E_1, E_2 y E_3 identificadas por E_A, E_B y E_C.

Las ondas de las f.e.m. se suceden según el orden A, B y C por consiguiente la secuencia es:



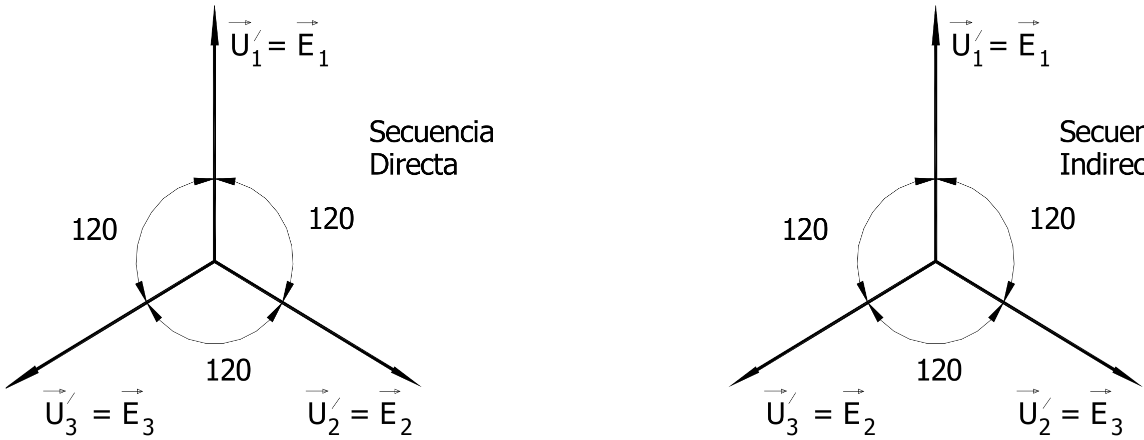
Secuencia Directa

La secuencia inversa se obtiene si se hace girar las bobinas del generador en sentido contrario y por consiguiente se suceden los valores máximos según el orden A, C y B con notación numérica:



Secuencia Inversa

Por convenio los FASORES REPRESENTATIVOS DE LAS TENSIONES o f.e.m. de fases para la secuencia directa e inversa se representa en las siguientes figuras

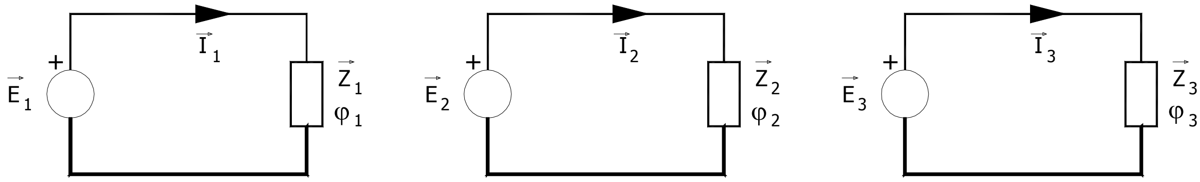


Representación de los fasores tensión o f.e.m. de un sistema trifásico

Las 3 bobinas del generador trifásico (3 fases) se representan por 3 fuentes de tensión de igual valor eficaz pero desfasadas 120º:

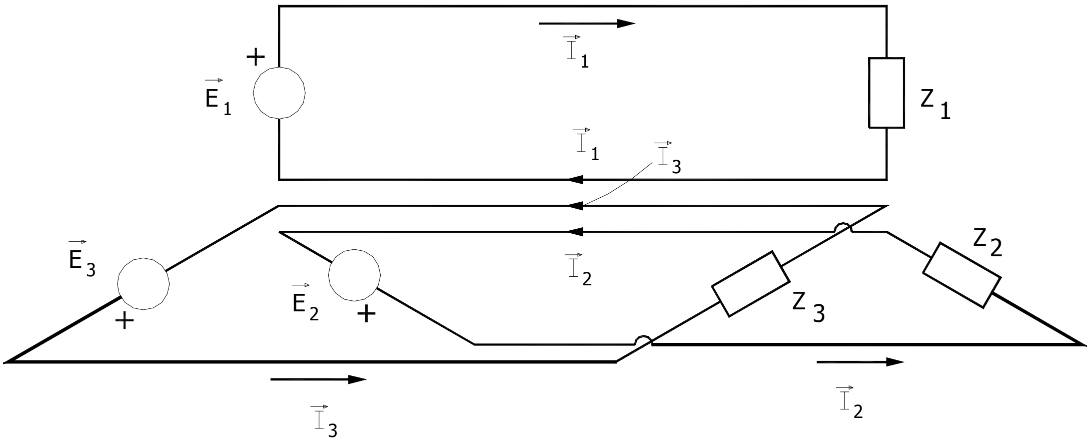
$$\overline{E}_1 = \overline{U}'_1 = U_F \underline{|90} \quad ; \quad \overline{E}_2 = \overline{U}'_2 = U_F \underline{|-30} \quad ; \quad \overline{E}_3 = \overline{U}'_3 = U_F \underline{|-150}$$

y si cada una de ellas se utiliza para alimentar impedancias de carga Z_1, Z_2 y Z_3 tal como se muestra en la figura siguiente (circuito trifásico independiente) es evidente que este sistema requiere 6 conductores y las intensidades son:



(Se consideran despreciables: - la impedancia de la línea que une los generadores con las cargas
- la impedancia interna del generador).

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{\overline{Z}_1} \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_2}{\overline{Z}_2} \qquad \overline{I}_3 = \frac{\overline{E}_3}{\overline{Z}_3}$$



☞ Si $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = Z \underline{|\varphi}$ resulta que

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F \underline{|90^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|90^o - \varphi} = I_F \underline{|90 - \varphi}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_2}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F \underline{|-30^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|-30^o - \varphi} = I_F \underline{|-30 - \varphi}$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{E}_3}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F \underline{|-150^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|-150^o - \varphi} = I_F \underline{|-150 - \varphi}$$

en este caso, las tensiones e intensidades forman un sistema simétrico con desfase entre estas dos magnitudes igual al ángulo φ (ver la siguiente figura).

Y se cumple para las intensidades

$$|\overline{I}_1| = |\overline{I}_2| = |\overline{I}_3| = U_F / Z$$

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$$

$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$ (en valores instantáneos).

Este sistema trifásico, donde la intensidades están desfasadas entre si 120º y las tensiones de fase también se denomina **EQUILIBRADO en tensiones y en intensidades.**

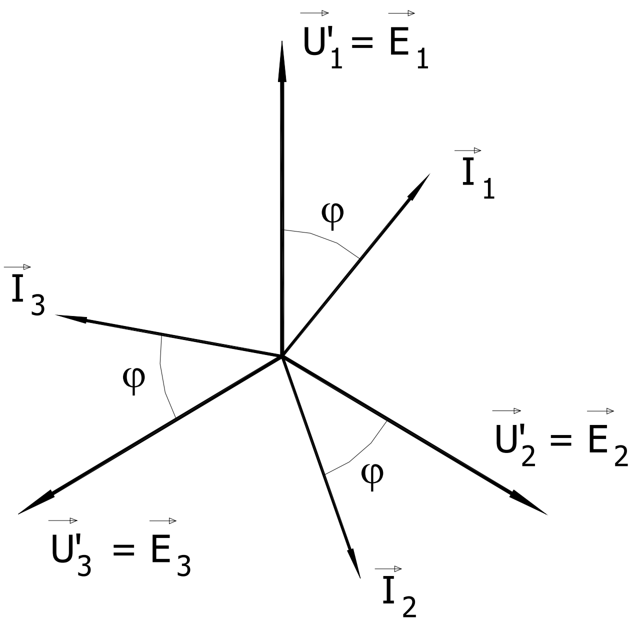


Diagrama de tensiones e intensidades de un sistema equilibrado en tensiones e intensidades.

☞ Si $\bar{Z}_1 \neq \bar{Z}_2 \neq \bar{Z}_3$ se tendrá que:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{Z_1 \underline{|\varphi_1}} = \frac{U_F \underline{|90^o}}{Z_1 \underline{|\varphi_1}} = I_1 \underline{|90-\varphi_1}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{Z_2 \underline{|\varphi_2}} = \frac{U_F \underline{|-30^o}}{Z_2 \underline{|\varphi_2}} = I_2 \underline{|-30-\varphi_2}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_3}{Z_3 \underline{|\varphi_3}} = \frac{U_F \underline{|-150^o}}{Z_3 \underline{|\varphi_3}} = I_3 \underline{|-150-\varphi_3}$$

donde observamos que $|\bar{I}_1| \neq |\bar{I}_2| \neq |\bar{I}_3|$ e $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 \neq 0$.

El sistema trifásico resultante es **EQUILIBRADO** en tensiones (por que sus tensiones forman 120º y tienen igual valor eficaz) y **DESEQUILIBRADO** en intensidades (las intensidades resultantes no forman 120º, ni tienen igual valor eficaz).

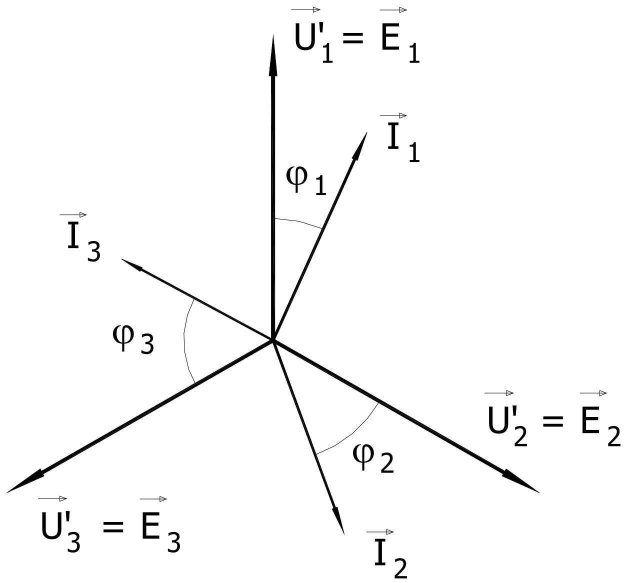
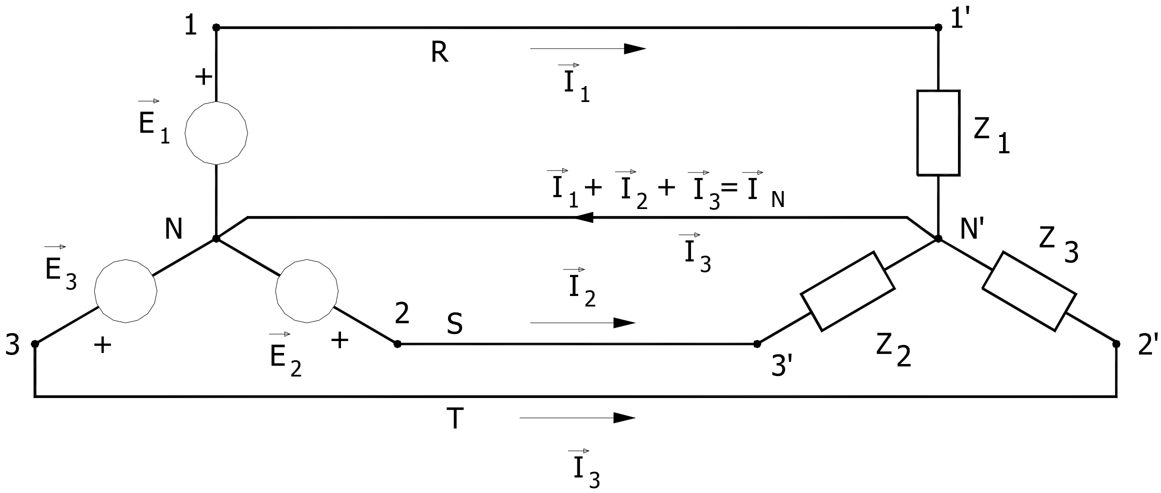


Diagrama de tensiones e intensidades de un sistema equilibrado en tensiones y desequilibrado en intensidades **.**

☞ A partir del esquema anterior de distribución de cargas monofásicas sobre los tres generadores de tensiones alternas senoidales, si solo se utiliza un conductor de retorno de las intensidades, las tensiones en bornes de las cargas no varían y por lo tanto tampoco las intensidades que circulan por los conductores, de esta forma nos queda que podemos alimentar a estas tres cargas monofásicas con solo cuatro conductores en lugar de seis.



Conexión de un sistema estrella-estrella

Si $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3$ entonces $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$ y en consecuencia el conductor de retorno no conduce corriente, por lo que en estos casos donde las cargas sean iguales se puede prescindir del conductor de retorno, con lo que nos quedaría solo tres hilos para alimentar a las cargas monofásicas.

Vamos a hacer una serie de definiciones a partir de este esquema:

✏ Por convenio internacional a las fases **1**, **2** y **3** se les llama fases **R**, **S** y **T** y al conductor de retorno **Neutro N**.

✏ Se llaman **tensiones SIMPLES**, a las representadas por los fasores

$$\overline{U}_{1N},\ \overline{U}_{2N}\ \text{y}\ \overline{U}_{3N}$$

y que tienen como valores

$$\overline{U}_1^{/} = \overline{U}_{1N} = U_F \,\underline{|\,90^o}$$

$$\overline{U}_2^{/} = \overline{U}_{2N} = U_F \,\underline{|\,-30^o}$$

$$\overline{U}_3^{/} = \overline{U}_{3N} = U_F \,\underline{|\,-150^o}$$

Si el generador y las cargas están unidos por una línea que consideramos en principio con impedancia nula se cumplirá:

$$\overline{U}_{1N} = \overline{U}_{1^{/}N^{/}},\ \overline{U}_{2N} = \overline{U}_{2^{/}N^{/}}\ \text{y}\ \overline{U}_{3N} = \overline{U}_{3^{/}N^{/}}$$

En principio consideramos que las tensiones simples son iguales en la generación y en el sistema receptor.

✏ Se denominan **CORRIENTES DE FASE** a las que circulan por cada una de las cargas y **CORRIENTES DE LÍNEA** a las corrientes que circulan por la línea.

En el caso de una carga en estrella, si $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z}$ se tendrá que

$$|\overline{I}_F| = |\overline{I}_L| = |\overline{I}_1| = |\overline{I}_2| = |\overline{I}_3|$$

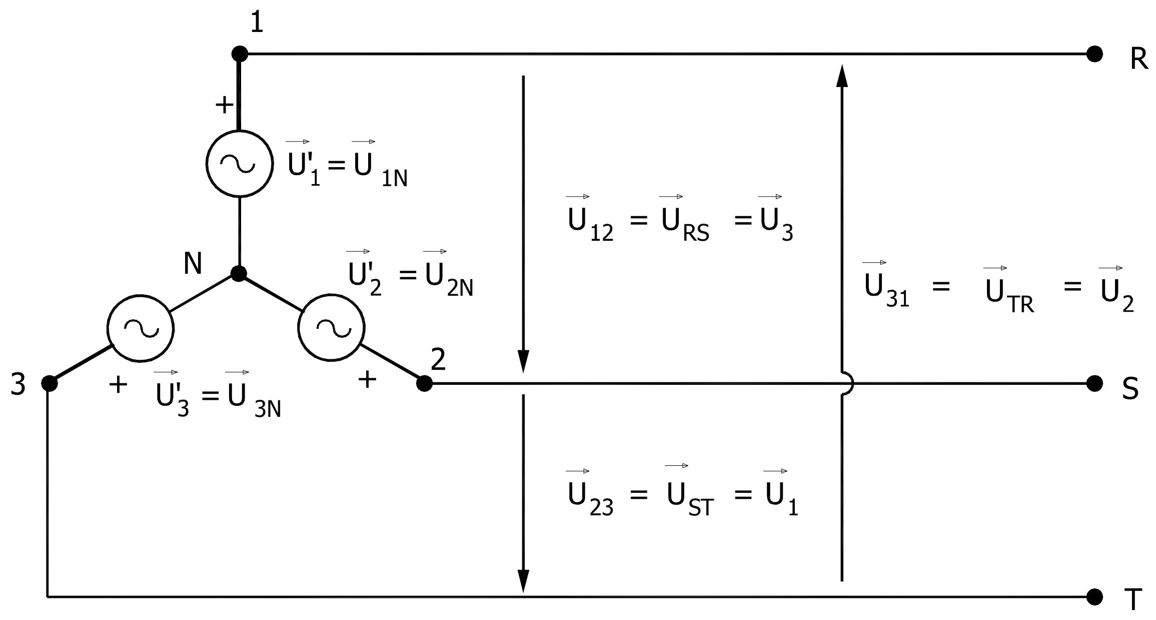
$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_1^{/}}{Z \underline{|\varphi}} \quad , \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_2^{/}}{Z \underline{|\varphi}} \quad , \qquad \overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_3^{/}}{Z \underline{|\varphi}}$$

$$\overline{I}_N = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$$

(los fasores $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ e $\overline{I}_3$ forman un sistema simétrico de intensidades).

✏ Se llaman tensiones **COMPUESTAS o DE LÍNEA**, las tensiones medidas entre dos conductores de fase, o sea:

$$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{RS} = \overline{U}_3 \qquad \overline{U}_{23} = \overline{U}_{ST} = \overline{U}_1 \qquad \overline{U}_{31} = \overline{U}_{TR} = \overline{U}_2$$



siendo:

$$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{1N} - \overline{U}_{2N} = \overline{U}_1^{/} - \overline{U}_2^{/} = \overline{U}_3$$

$$\overline{U}_{23} = \overline{U}_{2N} - \overline{U}_{3N} = \overline{U}_2^{/} - \overline{U}_3^{/} = \overline{U}_1$$

$$\overline{U}_{31} = \overline{U}_{3N} - \overline{U}_{1N} = \overline{U}_3^{/} - \overline{U}_1^{/} = \overline{U}_2$$

y por tanto:

$$\overline{U}_{12} = U_F \angle 90^\circ - U_F \angle -30^\circ = \sqrt{3}\, U_F \angle 120^\circ = \overline{U}_3$$

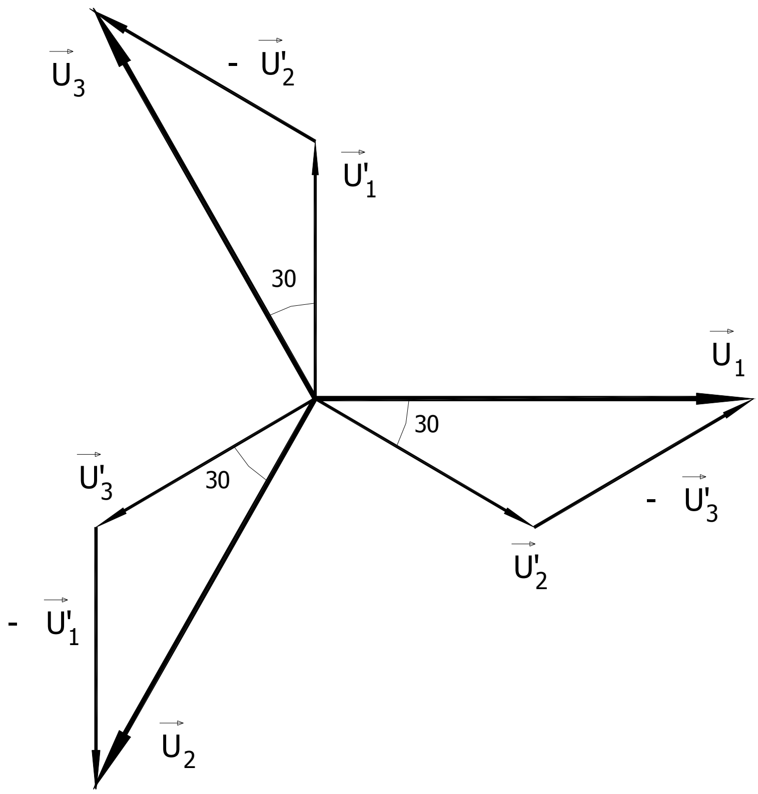
$$\overline{U}_{23} = U_F \angle -30^\circ - U_F \angle -150^\circ = \sqrt{3}\, U_F \angle 0^\circ = \overline{U}_1$$

$$\overline{U}_{31} = U_F \angle -150^\circ - U_F \angle 90^\circ = \sqrt{3}\, U_F \angle -120^\circ = \overline{U}_2$$

Se tendrá:

a) La tensión entre fases activas o TENSIÓN COMPUESTA es $\sqrt{3}$ veces MAYOR que la tensión SIMPLE o tensión entre fase y neutro.

b) La tensión compuesta U_{12} adelanta 30º con respecto a la tensión simple U'_1. Igual ocurrirá con la tensión U_{23} respecto de U'_2 y con la tensión U_{31} respecto de U'_3. Las tensiones de línea forman un sistema simétrico de tensiones adelantado 30º respecto a las tensiones simples que comienzan por el mismo índice.



Representación gráfica de los fasores tensiones simples y compuestas

La conexión que define al sistema trifásico es la tensión entre fases o compuesta. Así, por ejemplo, si se dice que la tensión de una línea trifásica es de 380 V, deberá entenderse que 380 V es la tensión existente entre cada dos fases del sistema considerado.

En la actualidad se tiende a generalizar el nivel de tensiones: **400/230 V,** es decir: **400 V de tensión compuesta y 400/$\sqrt{3}$ = 230 V de tensión simple**, frente al nivel 380/220V utilizado años atrás (380 V de tensión compuesta y 380/$\sqrt{3}$ = 220 V de tensión simple).,o al todavía mas antiguo el nivel 220/127 V (220 V de tensión compuesta y 220/$\sqrt{3}$ = 127 V de tensión simple).

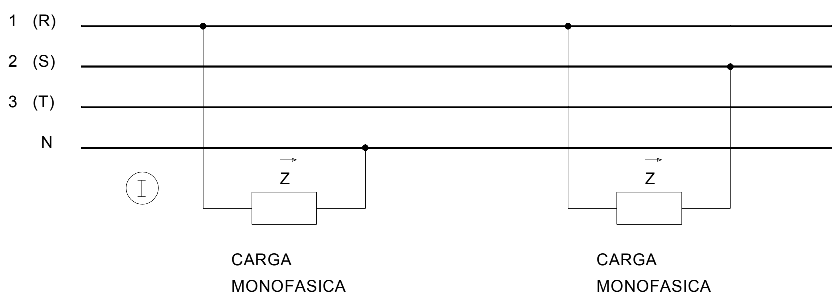
Un sistema trifásico de 4 hilos permitirá la conexión de cargas:

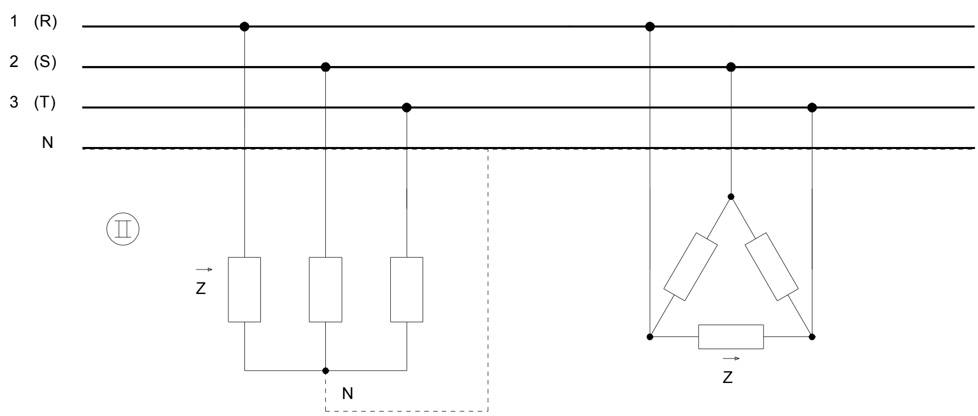
a) Entre fase y neutro.
b) Entre fase y fase.
c) Cargas trifásicas.

En las figuras puede verse la realización de las conexiones indicadas.

En (I) se indica la conexión de una carga MONOFÁSICA entre Fase y Neutro (Tensión simple) y entre Fase y Fase (Tensión compuesta).

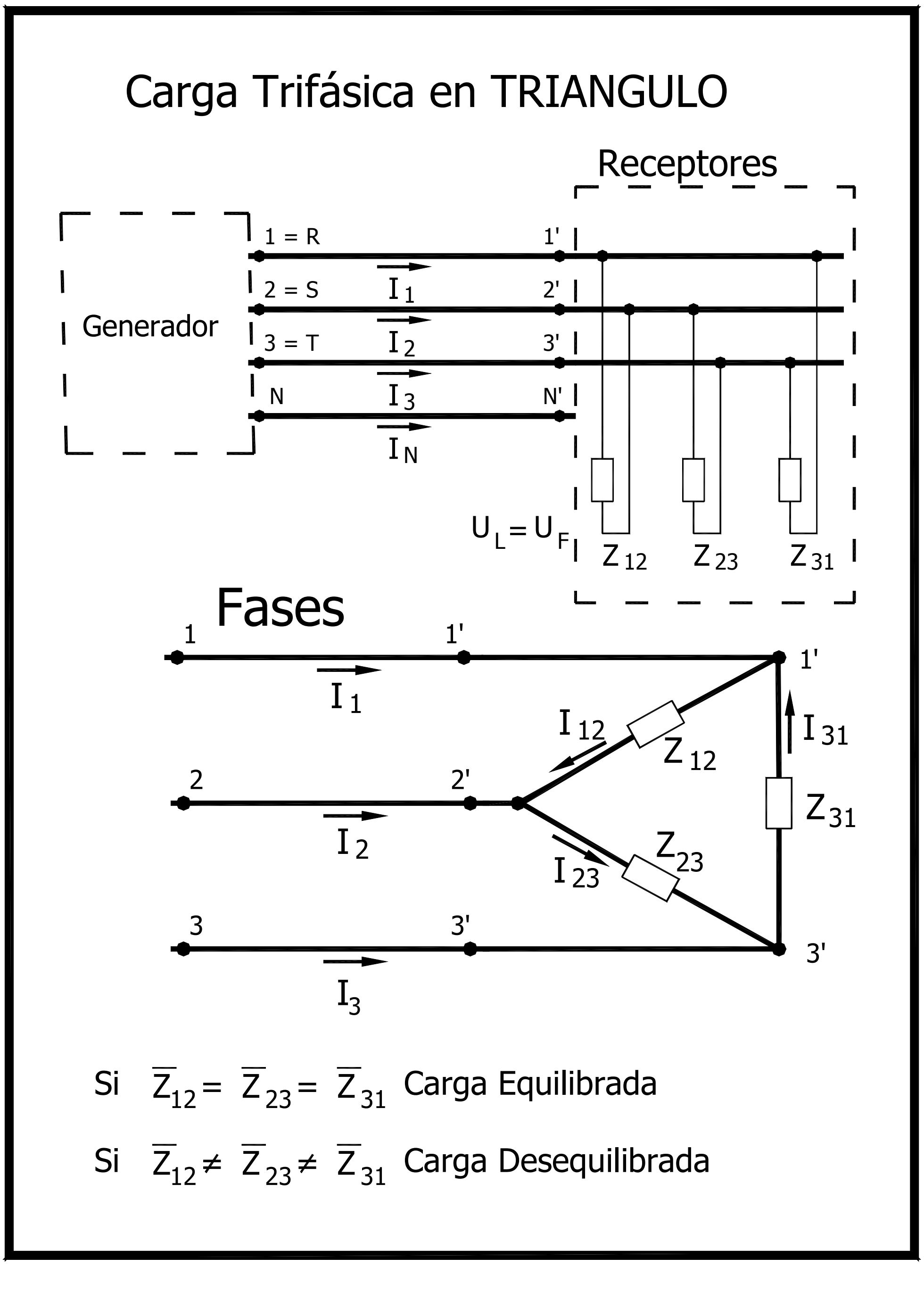
En (II) se ha representado una carga trifásica conectada en ESTRELLA cuyo punto neutro está unido al conductor neutro del sistema.



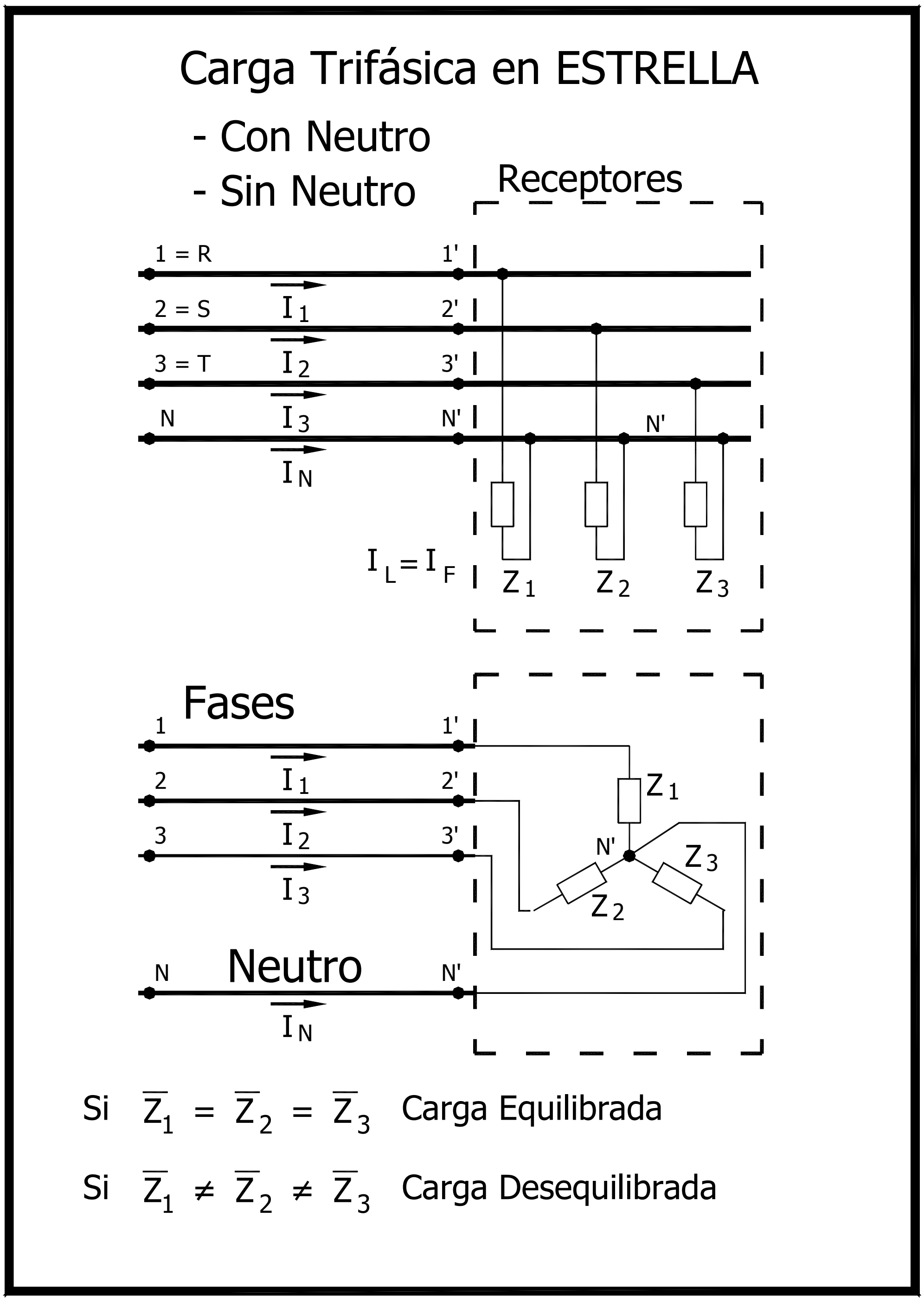


Asimismo, se ofrece una conexión trifásica sin unión a neutro a través de un conjunto de cargas agrupadas en TRIANGULO.

En los siguientes esquemas se puede observar como una distribución de cargas monofásicas entres las fases es equivalente a una carga trifásica en triangulo, y como una distribución de cargas monofásicas entre fase y neutro es equivalente a una carga trifásica en estrella.



Normalmente, los sistemas trifásicos son EQUILIBRADOS en lo que respecta a la generación de las f.e.m. que dan lugar al referido sistema. Si, además, las cargas trifásicas que se conecten son rigurosamente iguales, se tendrá un sistema EQUILIBRADO (lo será en generación y en cargas). Un sistema que alimente cargas trifásicas desiguales o monofásicas no adecuadamente compensadas se dirá que es DESEQUILIBRADO.



8.3.- RECEPTORES EN LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

Vamos a estudiar el comportamiento de los receptores trifásicos, considerando para ello los siguientes casos:

A. Receptor equilibrado en triángulo (Δ).
B. Receptor desequilibrado en triángulo (Δ).
C. Receptor equilibrado en estrella (Y) con neutro.
D. Receptor equilibrado en estrella (Y) sin neutro.
E. Receptor desequilibrado en estrella (Y) con neutro.
F. Receptor desequilibrado en estrella (Y) sin neutro.

Para que un receptor esté equilibrado, debe producir en las líneas de alimentación, corrientes iguales y desfasadas entre sí ángulos de 120º, lo que implica la igualdad de módulos y argumentos de las impedancias.

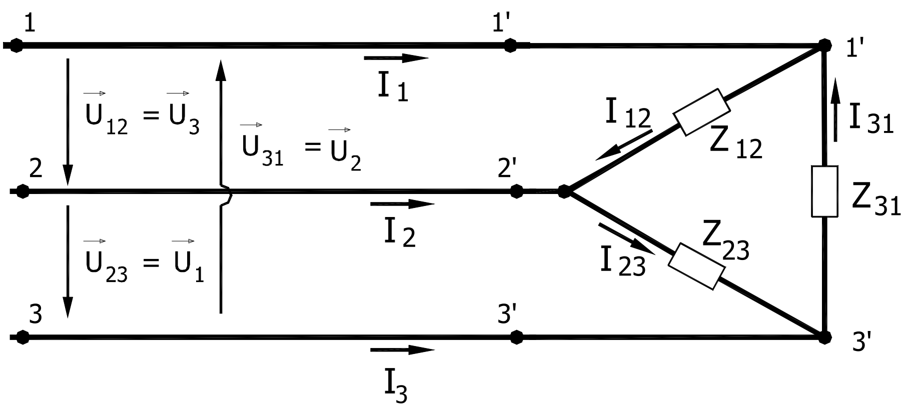
A.- RECEPTOR EQUILIBRADO EN TRIÁNGULO Δ

Suponemos que las tensiones de línea son conocidas y están equilibradas:

$\overline{U}_{12}$, $\overline{U}_{23}$ y $\overline{U}_{31}$ (fasores de igual modulo y desfasados 120º)

Para este tipo de carga se cumple que:

TENSIONES DE LÍNEA = TENSIONES DE FASE.



Si $\overline{Z}_{12} = \overline{Z}_{23} = \overline{Z}_{31} = Z \underline{|\varphi}$ Carga Equilibrada

Por ser un receptor equilibrado resulta que las intensidades de fase valdrán:

$$\overline{I}_{12} = \frac{\overline{U}_{12}}{Z \angle \varphi} = \frac{|\overline{U}_L| \angle 120^o}{Z \angle \varphi} = I_F \angle 120-\varphi$$

$$\overline{I}_{23} = \frac{\overline{U}_{23}}{Z \angle \varphi} = \frac{|\overline{U}_L| \angle 0^o}{Z \angle \varphi} = I_F \angle -\varphi$$

$$\overline{I}_{31} = \frac{\overline{U}_{31}}{Z \angle \varphi} = \frac{|\overline{U}_L| \angle -120^o}{Z \angle \varphi} = I_F \angle -120^o-\varphi$$

se puede observar que : $|\overline{I}_{12}| = |\overline{I}_{23}| = |\overline{I}_{31}|$ y están desfasadas 120º.

Las intensidades de fase están desfasadas un ángulo φ respecto a las tensiones compuestas. En el nudo 1' aplicando 1º Lema Kirchhoff $\overline{I}_1 + \overline{I}_{31} = \overline{I}_{12}$ por lo que

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{12} - \overline{I}_{31} = \sqrt{3}\, I_F \angle 120-\varphi-30 = \sqrt{3}\, I_F \angle 90 - \varphi$$

y en los demás nudos tendremos:

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_{23} - \overline{I}_{12} = \sqrt{3}\, I_F \angle -30-\varphi$$

$$\overline{I}_3 = \overline{I}_{31} - \overline{I}_{23} = \sqrt{3} I_F \angle -150-\varphi$$

vemos que $I_L = \sqrt{3} I_F$ siendo: I_L = Intensidad de línea.

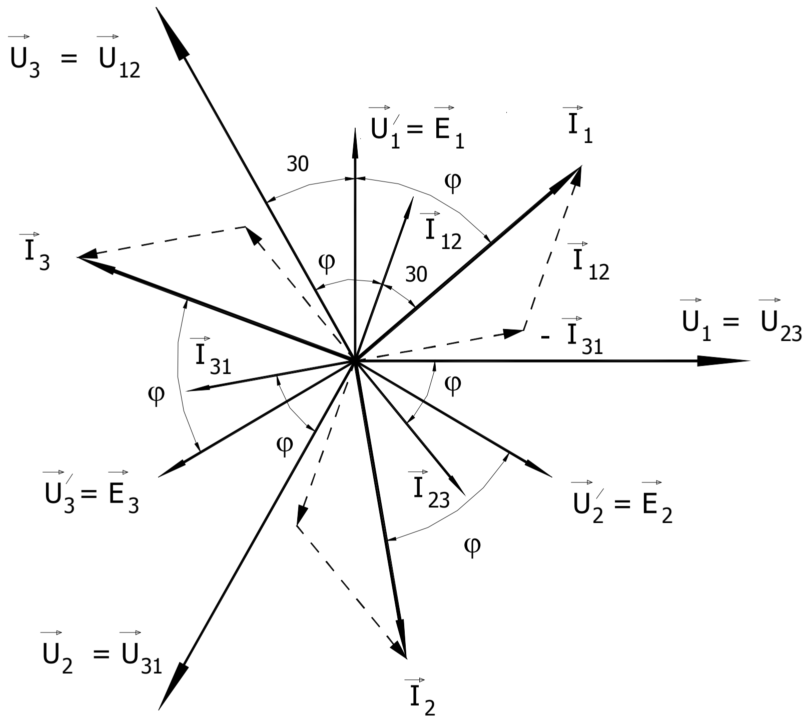
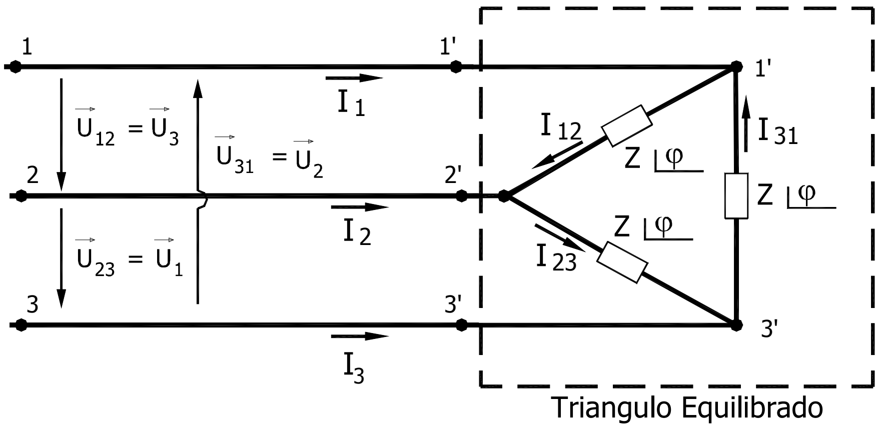


Diagrama de tensiones e intensidades correspondiente a un triangulo de impedancias equilibrado

Ejercicio: Un sistema de secuencia directa ABC y tensión 380 V alimenta tres impedancias iguales: $\overline{Z} = 10 \underline{|30^o}$, conectadas en triángulo. Determinar las corrientes de fase y línea y dibujar el diagrama fasorial.



Solución:

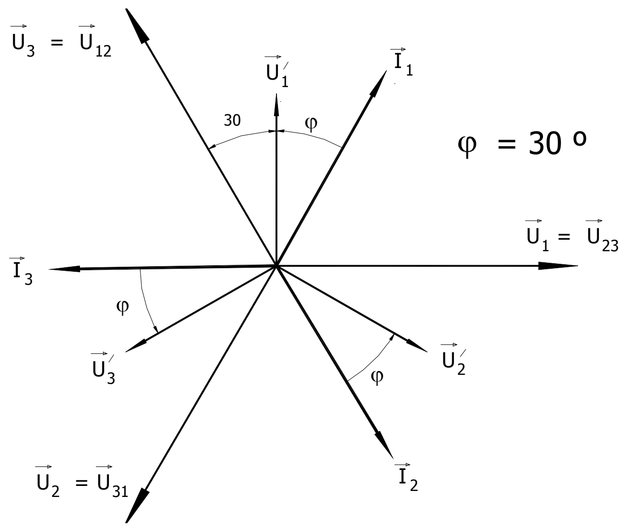
Las tensiones compuestas o de línea valen:

$$\overline{U}_{12} = 380 \underline{|120^o}$$

$$\overline{U}_{23} = 380 \underline{|0^o}$$

$$\overline{U}_{31} = 380 \underline{|-120^o}$$

Por lo que las intensidades de fase serán:



$$\overline{I}_{12} = \frac{\overline{U}_{12}}{\overline{Z}} = \frac{380 \underline{|120^o}}{10 \underline{|30^o}} = 38 \underline{|90^o}$$

$$\overline{I}_{23} = \frac{\overline{U}_{23}}{\overline{Z}} = \frac{380 \underline{|-0^o}}{10 \underline{|30^o}} = 38 \underline{|-30^o}$$

$$\overline{I}_{31} = \frac{\overline{U}_{31}}{\overline{Z}} = \frac{380 \underline{|-120^o}}{10 \underline{|30^o}} = 38 \underline{|-150^o} \qquad \text{–>} \qquad I_F = |\overline{I}_{12}| = |\overline{I}_{23}| = |\overline{I}_{31}|$$

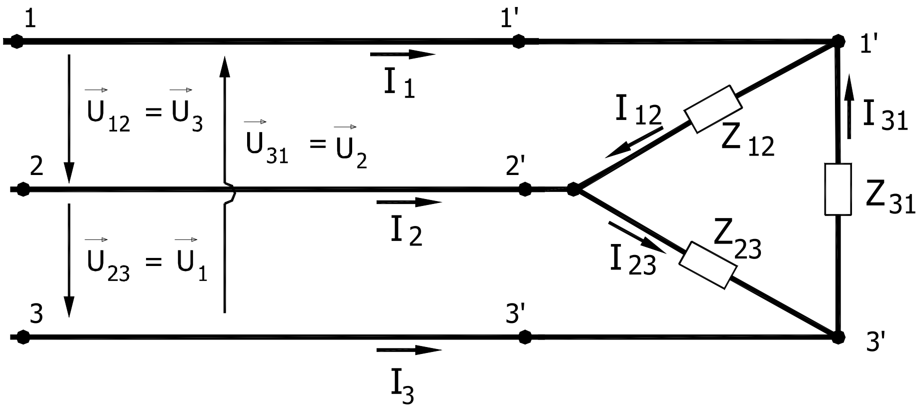
y las de línea, según se ha visto en la teoría anterior, valdrán:

$$\overline{I}_1 = \sqrt{3} I_F \underline{|90-30^o} = \sqrt{3}\cdot 38 \underline{|60^o}$$

$$\overline{I}_2 = \sqrt{3} I_F \underline{|-30-30^o} = \sqrt{3}\cdot 38 \underline{|-60^o}$$

$$\overline{I}_3 = \sqrt{3} I_F \underline{|-150-30^o} = \sqrt{3}\cdot 38 \underline{|-180^o}$$

B.- RECEPTOR EN TRIÁNGULO DESEQUILIBRADO



Si $\overline{Z}_{12} \neq \overline{Z}_{23} \neq \overline{Z}_{31}$ Carga Desequilibrada

$\overline{U}_{12}$, $\overline{U}_{23}$, $\overline{U}_{31}$ → Sistema simétrico de tensiones

que como sabemos valdrán:

$$\overline{U}_{12} = U_L \underline{|120^o} \quad ; \quad \overline{U}_{23} = U_L \underline{|0^o} \quad ; \quad \overline{U}_{31} = U_L \underline{|-120^o}$$

Las intensidades de fase serán:

$$\overline{I}_{12} = \frac{\overline{U}_{12}}{Z_{12} \underline{|\varphi_{12}}} = \frac{U_L \underline{|120^o}}{Z_{12} \underline{|\varphi_{12}}} = |\overline{I}_{12}| \underline{|120-\varphi_{12}}$$

$$\overline{I}_{23} = \frac{\overline{U}_{23}}{Z_{12} \underline{|\varphi_{23}}} = \frac{U_L \underline{|0^o}}{Z_{23} \underline{|\varphi_{23}}} = |\overline{I}_{23}| \underline{|0^o-\varphi_{23}}$$

$$\overline{I}_{31} = \frac{\overline{U}_{31}}{Z_{31} \underline{|\varphi_{31}}} = \frac{U_L \underline{|-120^o}}{Z_{31} \underline{|\varphi_{31}}} = |\overline{I}_{31}| \underline{|-120^o-\varphi_{31}}$$

y las de línea tendrán por valor:

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{12} - \overline{I}_{31}$$

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_{23} - \overline{I}_{12}$$

$$\overline{I}_3 = \overline{I}_{31} - \overline{I}_{23}$$

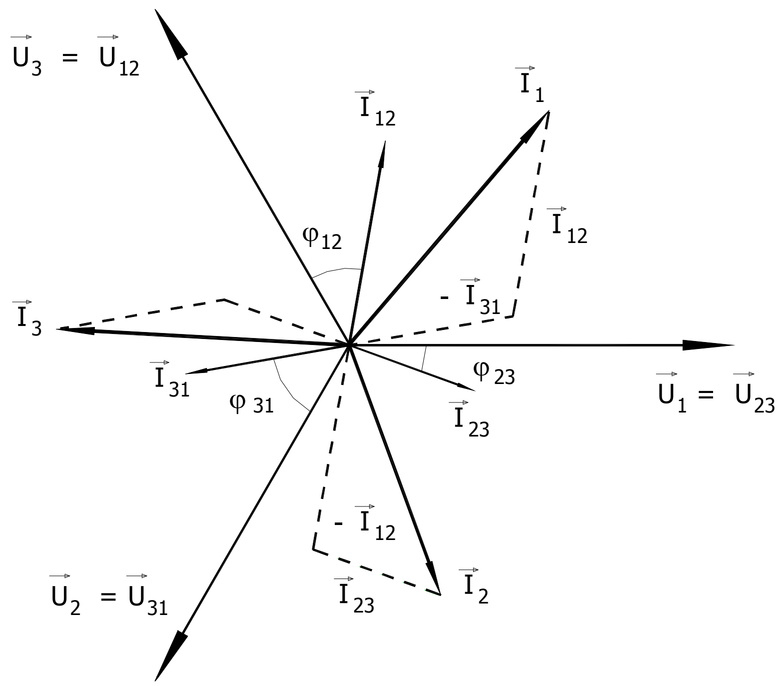
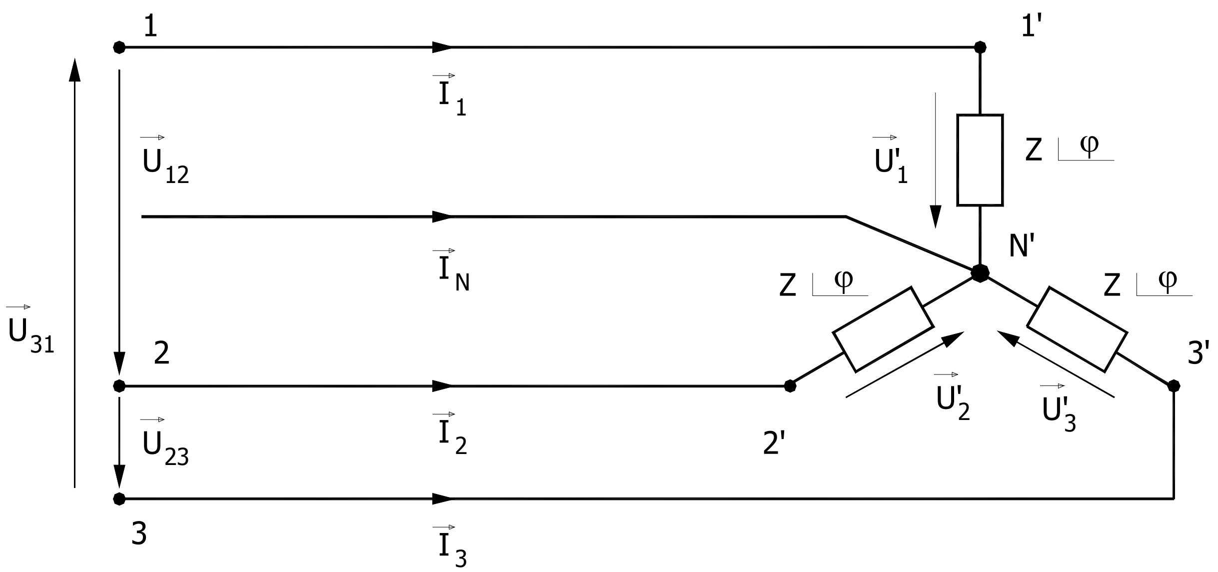


Diagrama de tensiones e intensidades correspondiente a un triangulo de impedancias desequilibrado

C.- RECEPTOR EQUILIBRADO EN ESTRELLA CON NEUTRO



En estos receptores se cumple:

INTENSIDADES DE LÍNEA = INTENSIDADES DE FASE

TENSIÓN DE FASE (EN LA CARGA) = TENSIÓN SIMPLE (EN LA GENERACIÓN)

Las intensidades de línea serán:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_1^{/}}{\overline{Z}} = \frac{U_F \underline{|90^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|90-\varphi} = I_F \underline{|90-\varphi} = I_L \underline{|90-\varphi}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_2^{/}}{\overline{Z}} = \frac{U_F \underline{|-30^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|-30-\varphi} = I_F \underline{|-30-\varphi} = I_L \underline{|-30-\varphi}$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_3^{/}}{\overline{Z}} = \frac{U_F \underline{|-150^o}}{Z \underline{|\varphi}} = \frac{U_F}{Z} \underline{|-150-\varphi} = I_F \underline{|-150-\varphi} = I_L \underline{|-150-\varphi}$$

se observa que

$$\boxed{I_1 = I_2 = I_3 = I_F = I_L = \frac{U_F}{Z}}$$

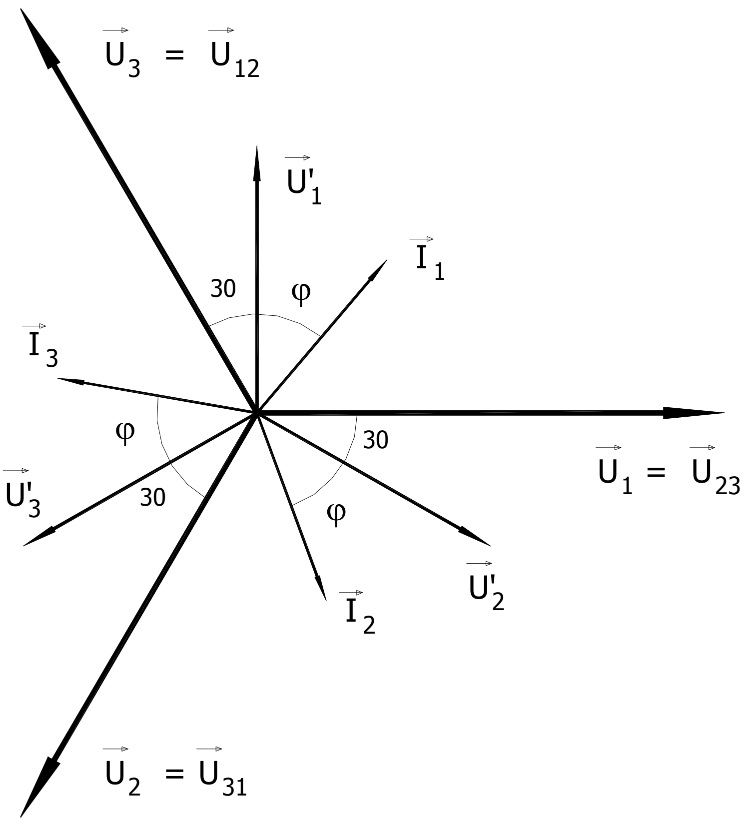


Diagrama de tensiones e intensidades correspondientes a una estrella de impedancia equilibrada con neutro y sin neutro.

Aplicando Kirchhoff al nudo N' tendremos:

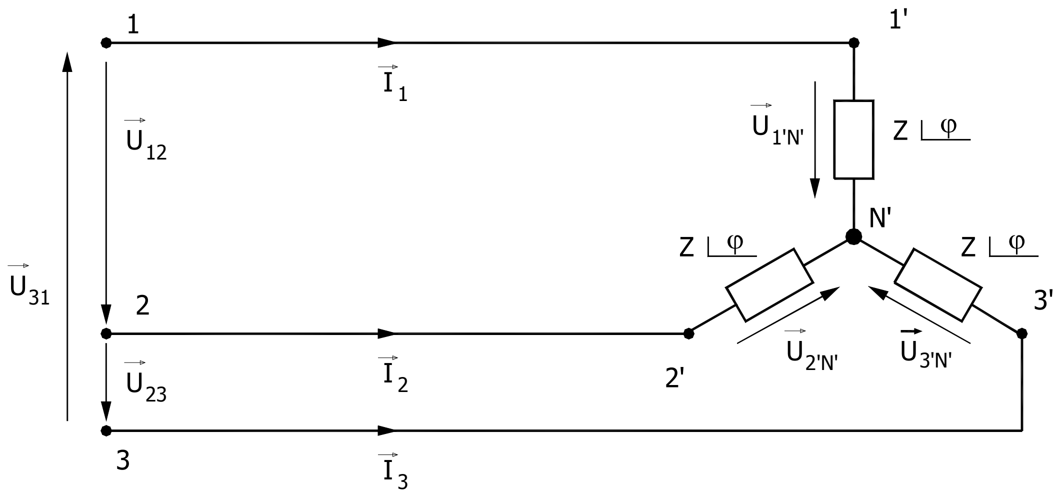
$$\overline{I}_N + \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$$

por lo que $\overline{I}_N = -(\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3) = 0$

En estos receptores se cumple: $\boxed{U_L = \sqrt{3}U_F}$

$$|\overline{U}_{12}| = |\overline{U}_{23}| = |\overline{U}_{31}| = U_L = \sqrt{3}U_F = \sqrt{3}|\overline{U}_1'| = \sqrt{3}|\overline{U}_2'| = \sqrt{3}|\overline{U}_3'|$$

D.- RECEPTOR EQUILIBRADO EN ESTRELLA SIN NEUTRO



En el caso anterior por el neutro no circula corriente, esto implica que $U_{N'N} = 0$, independientemente si el conductor neutro tiene impedancia o no, luego si elimino el conductor neutro se tendrá:

$$\overline{U}_{1'N'} = \overline{U}_{1N} + \overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{1N} = \overline{U}'_1$$

$$\overline{U}_{2'N'} = \overline{U}_{2N} + \overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{2N} = \overline{U}'_2$$

$$\overline{U}_{3'N'} = \overline{U}_{3N} + \overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{3N} = \overline{U}'_3$$

por lo que

$$|\overline{U}_{1'N'}| = |\overline{U}_{2'N'}| = |\overline{U}_{3'N'}| = U_F$$

y las intensidades de fase y de línea serán:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{1'N'}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_1'}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_F \angle 90^o}{Z \angle \varphi} = \frac{U_F}{Z} \angle 90 - \varphi = I_F \angle 90 - \varphi = I_L \angle 90 - \varphi$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{2'N'}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_2'}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_F \angle -30^o}{Z \angle \varphi} = \frac{U_F}{Z} \angle -30 - \varphi = I_F \angle -30 - \varphi = I_L \angle -30 - \varphi$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{3'N'}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_3'}{\overline{Z}} = \frac{\overline{U}_F \angle -150^o}{Z \angle \varphi} = \frac{U_F}{Z} \angle -150 - \varphi = I_F \angle -150 - \varphi = I_L \angle -150 - \varphi$$

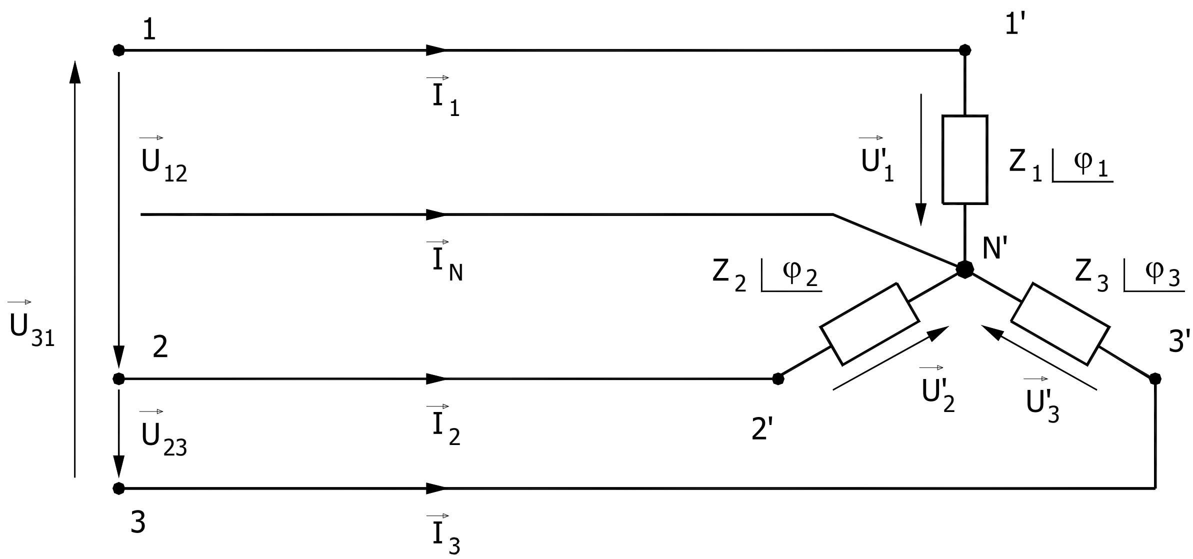
Es igual que en el caso anterior en lo que se refiere al calculo de las intensidades.

Si aplicamos el primer lema de Kirchhoff al nudo N' resulta: $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$.

Por lo que el diagrama de tensiones e intensidades en cargas en estrella equilibrada es el mismo con neutro que sin neutro.

Los diagramas de tensiones e intensidades de los receptores A, C y D ponen de relieve que las intensidades de línea $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ e $\overline{I}_3$ están desfasadas un ángulo (φ) respecto a las tensiones simples $\overline{U}_1'$, $\overline{U}_2'$ y $\overline{U}_3'$, respectivamente, en cargas trifásicas equilibradas en triangulo (Δ) y estrella (Y) .

E.- RECEPTOR DESEQUILIBRADO EN ESTRELLA CON NEUTRO (en el supuesto que la impedancia del neutro sea nula $U_{NN'}$=0)



Las tensiones simples de la carga serán iguales a las tensiones simples en generación

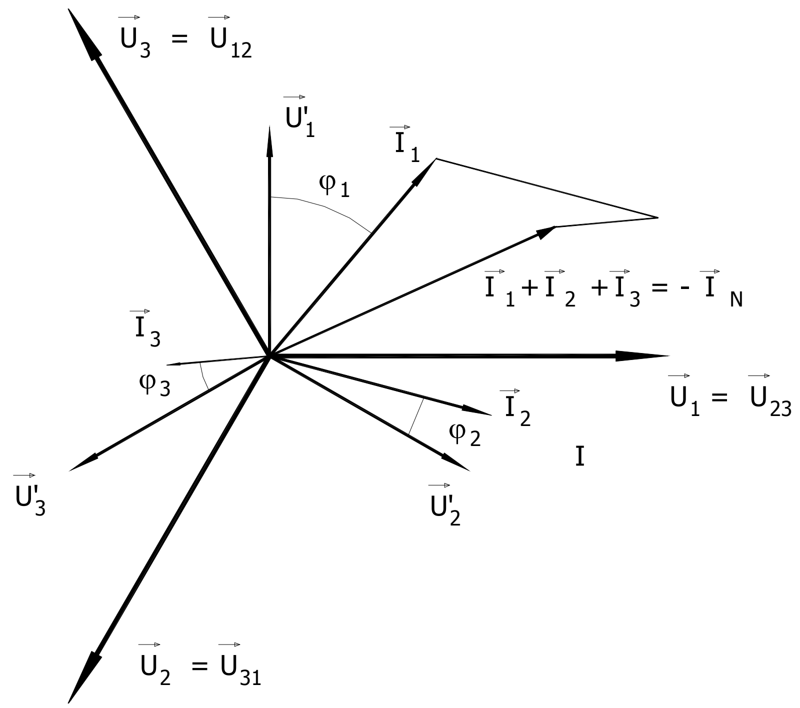
$$\overline{U}_{1'N'} = \overline{U}_{1N} = \overline{U}'_1 \quad , \quad \overline{U}_{2'N'} = \overline{U}_{2N} = \overline{U}'_2 \quad \text{y} \quad \overline{U}_{3'N'} = \overline{U}_{3N} = \overline{U}'_3$$

por tanto, las intensidades de línea valdrán:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{1'N'}}{\overline{Z}_1} = \frac{|\overline{U}_1'| \; \underline{|90^o}}{Z_1 \; \underline{|\varphi_1}} = |\overline{I}_1| \; \underline{|90-\varphi_1}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{1'N'}}{\overline{Z}_2} = \frac{|\overline{U}_2'| \; \underline{|-30^o}}{Z_2 \; \underline{|\varphi_2}} = |\overline{I}_2| \; \underline{|-30-\varphi_2}$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{3'N'}}{\overline{Z}_3} = \frac{|\overline{U}_3'| \; \underline{|-150^o}}{Z_3 \; \underline{|\varphi_3}} = |\overline{I}_3| \; \underline{|-150-\varphi_3}$$

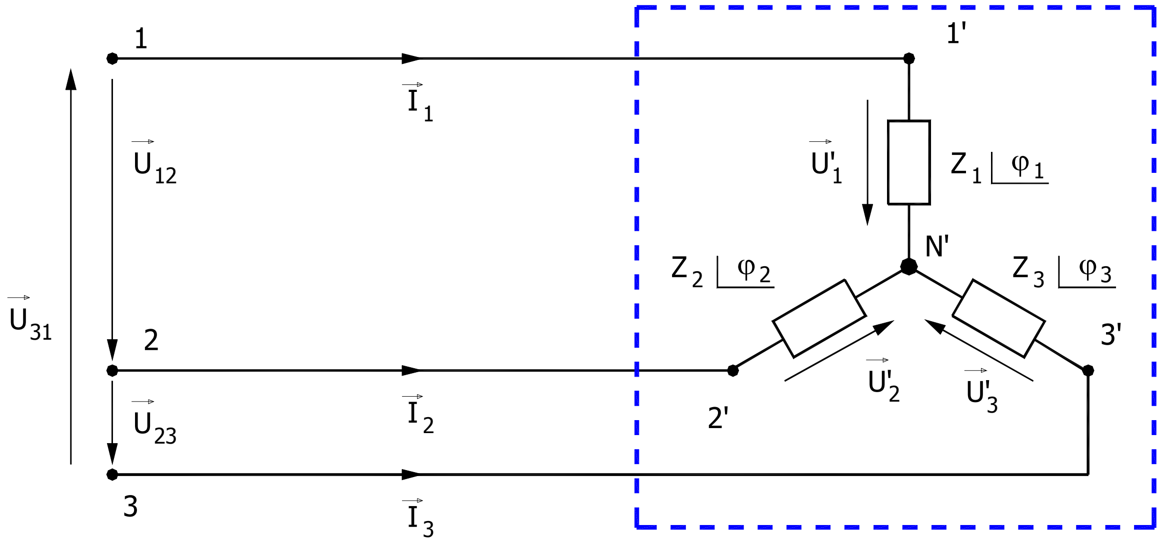


Resultan 3 intensidades de línea o de fase de diferente modulo y desfasadas con respecto a las tensiones de fase, en este caso tensiones simples, ángulos diferentes por consiguiente

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 \neq 0$$

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 + \overline{I}_N = 0 \qquad \text{–>} \qquad \overline{I}_N = -(\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3)$$

F.- RECEPTOR DESEQUILIBRADO EN ESTRELLA Y SIN NEUTRO



Receptor desequilibrado en estrella y sin neutro

El sistema generador es equilibrado en tensiones simples y por consiguiente en tensiones compuestas

Simples: $\overline{U}_{1N} = |\overline{U}_{1N}| \angle 90^o$; $\overline{U}_{2N} = |\overline{U}_{2N}| \angle -30^o$ y $\overline{U}_{3N} = |\overline{U}_{3N}| \angle -150^o$

Compuestas: $\overline{U}_{12} = |\overline{U}_{12}| \angle 120$; $\overline{U}_{23} = |\overline{U}_{23}| \angle 0^o$ y $\overline{U}_{31} = |\overline{U}_{31}| \angle -120$

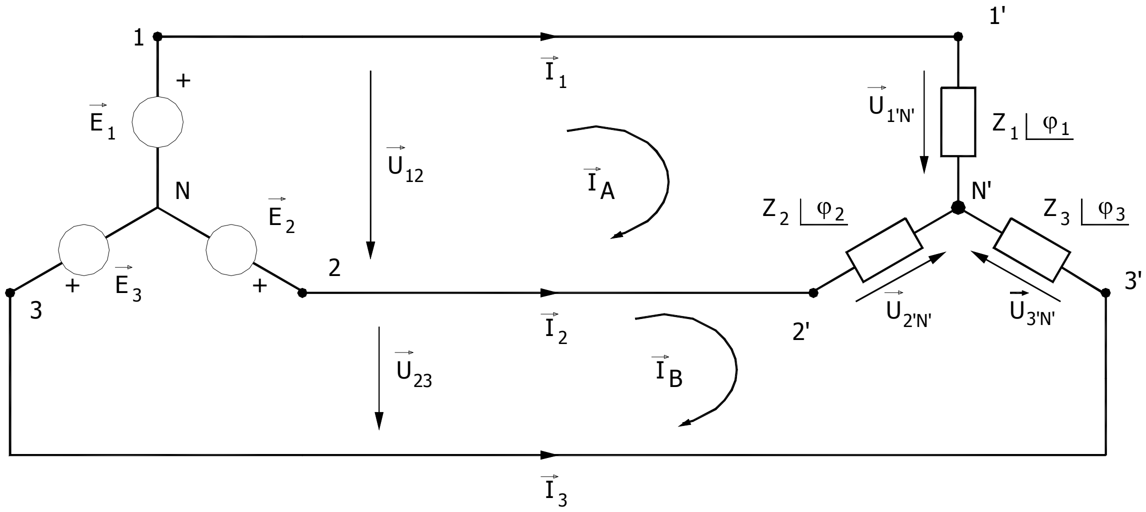
Las tensiones de fase o simples de la carga serán:

$$\overline{U}_{1'N'} = \overline{I}_1 \cdot \overline{Z}_1 \neq \overline{U}_{1N}$$
$$\overline{U}_{2'N'} = \overline{I}_2 \cdot \overline{Z}_2 \neq \overline{U}_{2N}$$
$$\overline{U}_{3'N'} = \overline{I}_3 \cdot \overline{Z}_3 \neq \overline{U}_{3N}$$

Las tensiones $\overline{U}_{1'N'}$, $\overline{U}_{2'N'}$ y $\overline{U}_{3'N'}$ no forman un sistema simétrico (no tienen igual módulo y no están desfasadas entre sí un ángulo de 120º) al no ser iguales las intensidades de línea $\overline{I}_1 \neq \overline{I}_2 \neq \overline{I}_3$ y las impedancias de la estrella $\overline{Z}_1 \neq \overline{Z}_2 \neq \overline{Z}_3$ y por consiguiente

$$|\overline{I}_1\overline{Z}_1| \neq |\overline{I}_2\overline{Z}_2| \neq |\overline{I}_3\overline{Z}_3|$$

Para calcular las intensidades de línea aplicamos mallas:



$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} \overline{U}_{12} & -\overline{Z}_2 \\ \overline{U}_{23} & \overline{Z}_2+\overline{Z}_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \overline{Z}_1+\overline{Z}_2 & -\overline{Z}_2 \\ -\overline{Z}_2 & \overline{Z}_2+\overline{Z}_3 \end{vmatrix}} \qquad I_B = \frac{\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & U_{12} \\ -Z_2 & U_{23} \end{vmatrix}}{|Z|}$$

siendo: $\overline{U}_{12} = \overline{E}_1 - \overline{E}_2$ y $\overline{U}_{23} = \overline{E}_2 - \overline{E}_3$

Las intensidades de línea en función de las de malla serán:

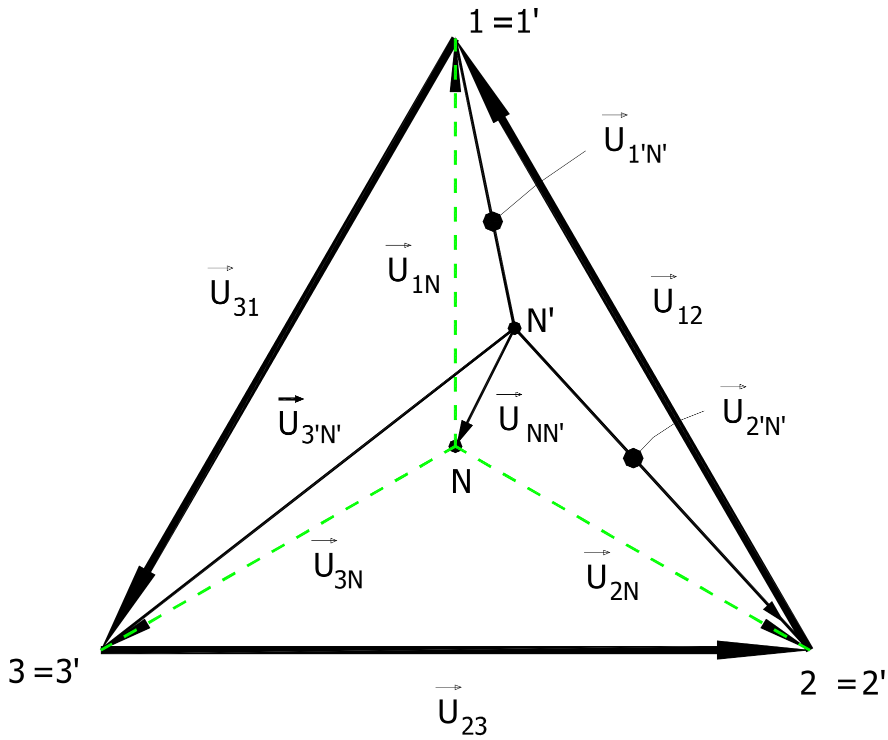
$$\overline{I}_1 = \overline{I}_A \quad , \quad \overline{I}_3 = -\overline{I}_B \quad \text{e} \quad \overline{I}_2 = \overline{I}_B - \overline{I}_A$$

con lo que las tensiones simples de la carga valdrán

$$\overline{U}_{1'N'} = \overline{I}_1\,\overline{Z}_1 = \overline{I}_A\,\overline{Z}_1$$
$$\overline{U}_{2'N'} = \overline{I}_2\,\overline{Z}_2 = (\overline{I}_B - \overline{I}_A)\,\overline{Z}_2$$
$$\overline{U}_{3'N'} = \overline{I}_3\,\overline{Z}_3 = -\overline{I}_B\,\overline{Z}_3$$

$$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{1'2'} = \overline{U}_{1'N'} + \overline{U}_{N'2'} = U_L \underline{|120^o}$$
$$\overline{U}_{23} = \overline{U}_{2'3'} = \overline{U}_{2'N'} + \overline{U}_{N'3'} = U_L \underline{|0^o}$$
$$\overline{U}_{31} = \overline{U}_{3'1'} = \overline{U}_{3'N'} + \overline{U}_{N'1'} = U_L \underline{|120^o}$$

En lugar de representar el diagrama de tensiones como una estrella podemos construir el siguiente diagrama en forma de triángulo, donde por convenio hacemos que el vector de referencia apunta su flecha a la letra por el que empieza. Así U_{12} apunta al terminal 1, $U_{N'N}$ apunta al terminal N'.



$\overline{U}_{NN'}$ = Desplazamiento del neutro

$$\overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{N1} + \overline{U}_{1'N'} = \overline{U}_{1'N'} - \overline{U}_{1N}$$

$$\overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{N2} + \overline{U}_{2'N'} = \overline{U}_{2'N'} - \overline{U}_{2N}$$

$$\overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{N3} + \overline{U}_{3'N'} = \overline{U}_{3'N'} - \overline{U}_{3N}$$

Ejercicio:

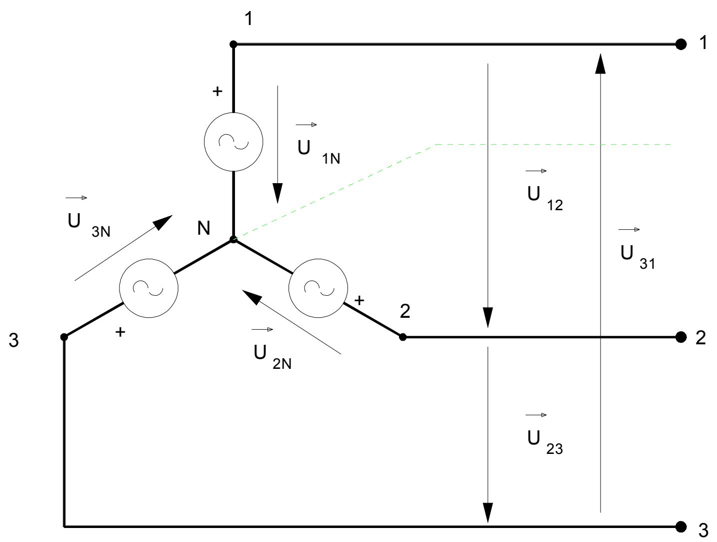
Un sistema trifásico de cuatro conductores de secuencia directa y tensión simple de 200 V alimenta a 3 impedancias:

$$\overline{Z}_1 = 10\ \underline{|60^\circ} \qquad , \qquad \overline{Z}_2 = 10\ \underline{|0^\circ} \qquad \text{y} \qquad \overline{Z}_3 = 10\ \underline{|-30^\circ}$$

1) Determinar las corrientes de línea y dibujar el diagrama fasorial.

2) Suprimiendo el neutro obtener los valores anteriores y las tensiones en bornas de las impedancias.

Solución:



Las tensiones simples serán:

$$\overline{U}_{1N} = 200\ \underline{|90^\circ} = \overline{U}_{1'N'}$$

$$\overline{U}_{2N} = 200\ \underline{|-30^\circ} = \overline{U}_{2'N'}$$

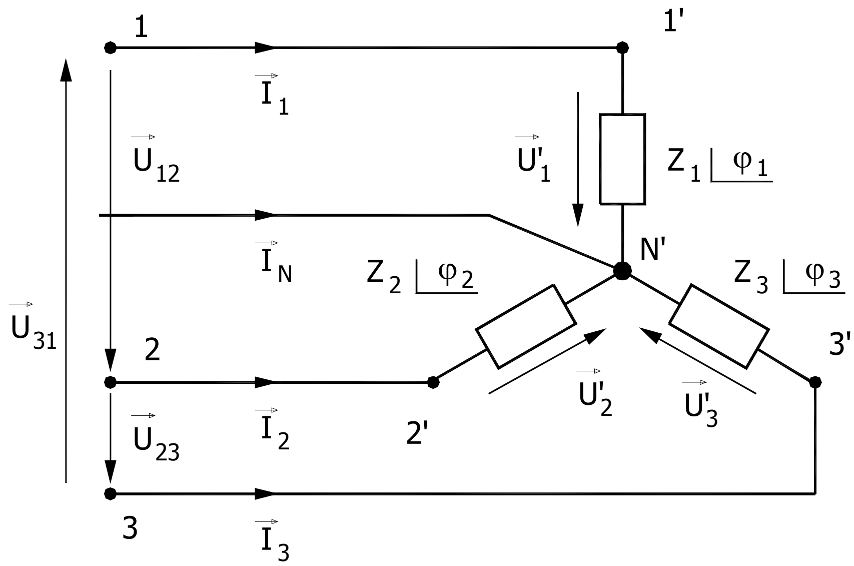
$$\overline{U}_{3N} = 200\ \underline{|-150^\circ} = \overline{U}_{3'N'}$$

y las de línea:

$$\overline{U}_{12} = 200\cdot\sqrt{3}\ \underline{|120^\circ}$$

$$\overline{U}_{23} = 200\cdot\sqrt{3}\ \underline{|0^\circ}$$

$$\overline{U}_{31} = 200\cdot\sqrt{3}\ \underline{|-120^\circ}$$



Las intensidades de línea valdrán:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{1'N'}}{\overline{Z}_1} = \frac{200\underline{|90^o}}{10\ \underline{|60^o}} = 20\ \underline{|30^o}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{2'N'}}{\overline{Z}_2} = \frac{200\underline{|-30^o}}{10\ \underline{|0^o}} = 20\ \underline{|-30^o}$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{3'N'}}{\overline{Z}_3} = \frac{200\underline{|-150^o}}{10\ \underline{|-30^o}} = 20\ \underline{|-120^o}$$

La intensidad que circulará por el conductor del neutro será:

$$\overline{I}_N = -(\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3) = 30{,}12\ \underline{|144{,}9^o}$$

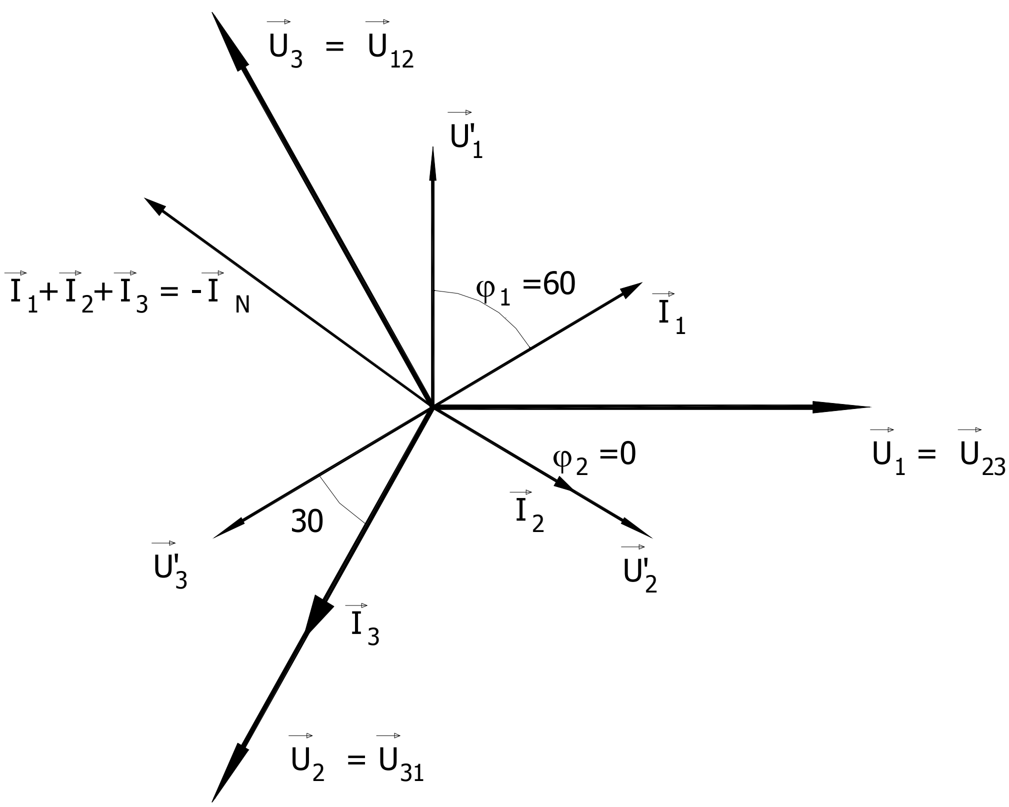
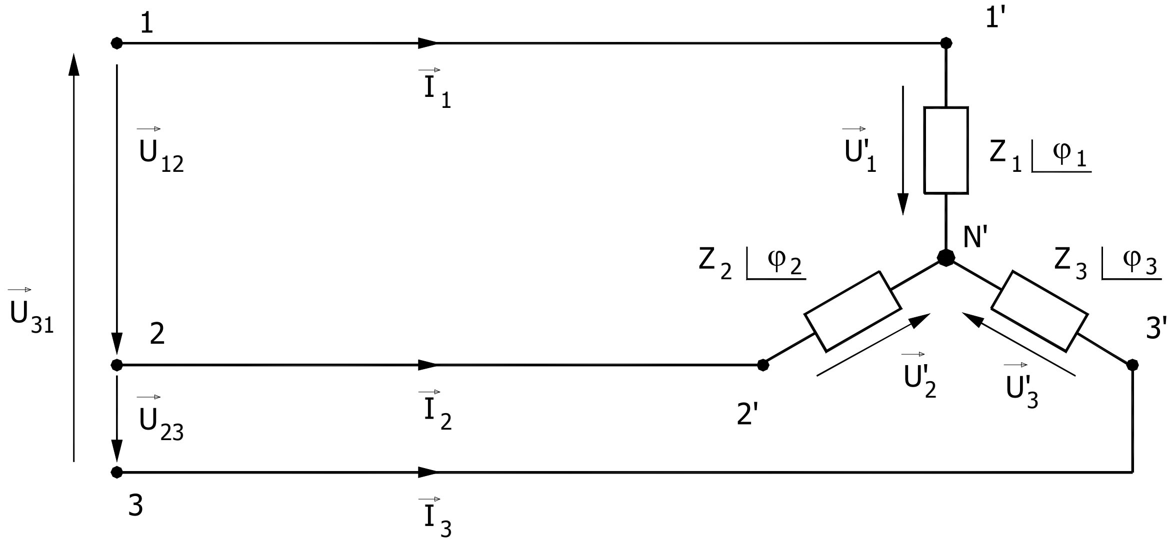


Diagrama fasorial de tensiones e intensidades cuando tenemos conductor neutro

Suprimiendo el neutro tendremos:



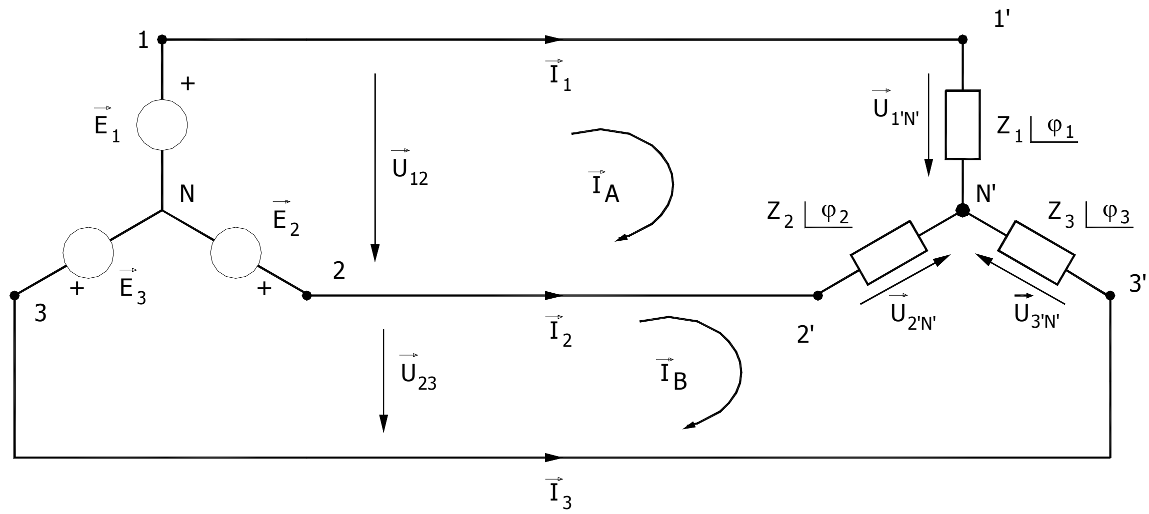
$\overline{U}_{12} = 200 \cdot \sqrt{3}\ \underline{|120^{o}}$

$\overline{U}_{23} = 200 \cdot \sqrt{3}\ \underline{|0^{o}}$

$\overline{U}_{31} = 200 \cdot \sqrt{3}\ \underline{|-120^{o}}$

El sistema de tensiones de líneas es equilibrado pero el sistema de tensiones simples en la carga no lo es. En este caso, las tensiones en bornes de las impedancias **NO** son las tensiones equilibrada entre fase y neutro.

$\overline{U}_{1'N'}$, $\overline{U}_{2'N'}$ y $\overline{U}_{3'N'}$ → "Sistema no equilibrado"



$$\begin{Vmatrix} 10\,\underline{|60^o}+10\,\underline{|0^o} & -10\,\underline{|0^o} \\ -10\,\underline{|0^o} & 10\,\underline{|0^o}+10\,\underline{|-30^o} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} I_A \\ I_B \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 200\sqrt{3}\,\underline{|120^o} \\ 200\sqrt{3}\,\underline{|0^o} \end{Vmatrix} = \begin{vmatrix} U_{12} \\ U_{23} \end{vmatrix}$$

Resolviendo el sistema tendremos que las intensidades de malla valen:

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} -100\sqrt{3}+300j & -10 \\ 200\sqrt{3} & 18,56-5j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15+8,66j & -10 \\ -10 & 18,66-5j \end{vmatrix}} = 16,51+22,55j = 27,59\,\underline{|53,79^o}$$

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} 15+8,66j & -100\sqrt{3}+300j \\ -10 & 200\sqrt{3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15+8,66j & -10 \\ -10 & 18,66-5j \end{vmatrix}} = 22,55+18,13j = 28,94\,\underline{|38,79^o}$$

y por tanto, las intensidades de línea y las tensiones simples de la carga serán:

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_A = 27,95\,\underline{|53,79^o} \Rightarrow \overline{U}_{1'N'} = \overline{I}_1\cdot\overline{Z}_1 = 279,5\,\underline{|113,79^o}$$

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_B-\overline{I}_A = 7,49\,\underline{|-36,21^o} \Rightarrow \overline{U}_{2'N'} = \overline{I}_2\cdot\overline{Z}_2 = 74,9\,\underline{|-36,21^o}$$

$$\overline{I}_3 = -\overline{I}_B = 28,94\,\underline{|-141,21^o} \Rightarrow \overline{U}_{3'N'} = \overline{I}_3\cdot\overline{Z}_3 = 289,4\,\underline{|-171,21^o}$$

Desplazamiento del neutro $U_{N'N}$:

$$U_{11'} \simeq 0 \qquad U_{22'} \simeq 0 \qquad U_{33'} \simeq 0$$

$$\overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{N1} + \overline{U}_{1'N'} = \overline{U}_{1'N'} - \overline{U}_{1N} = 279,5\,\underline{|113,79} - 200\,\underline{|90^o} = 125,78\,\underline{|153,69}$$

$$\overline{U}_{N'N} = 125,78\,\underline{|-26,31}$$

Como comprobación podemos calcular el desplazamiento del neutro siguiendo la línea y carga 2

$$\overline{U}_{NN'} = \overline{U}_{N2} + \overline{U}_{2'N'} = \overline{U}_{2'N'} - \overline{U}_{2N} = 74\,\underline{|-36,21^o} - 200\,\underline{|-30^o} = -125,78\,\underline{|-26,31}$$

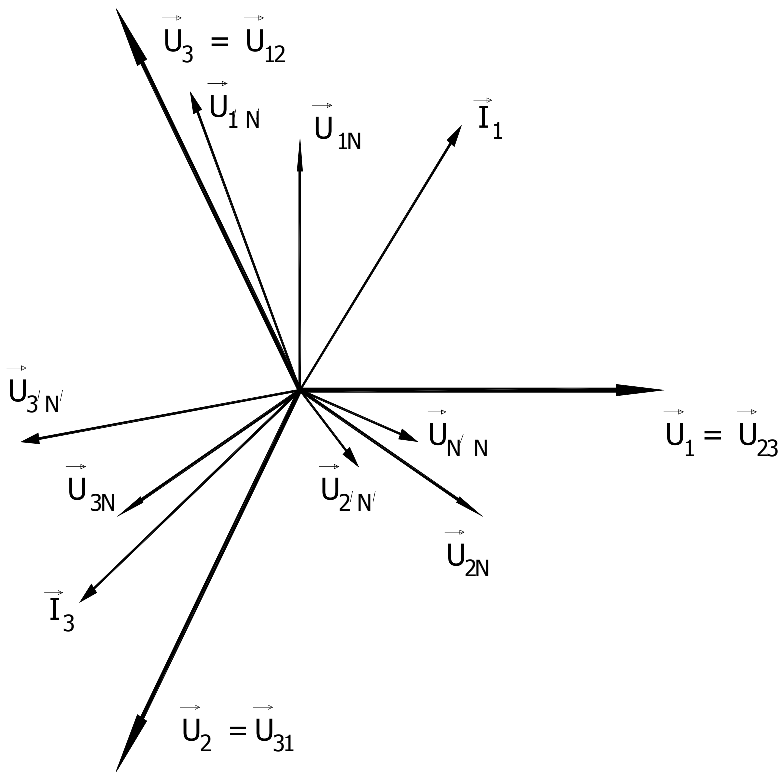


Diagrama fasorial sin neutro

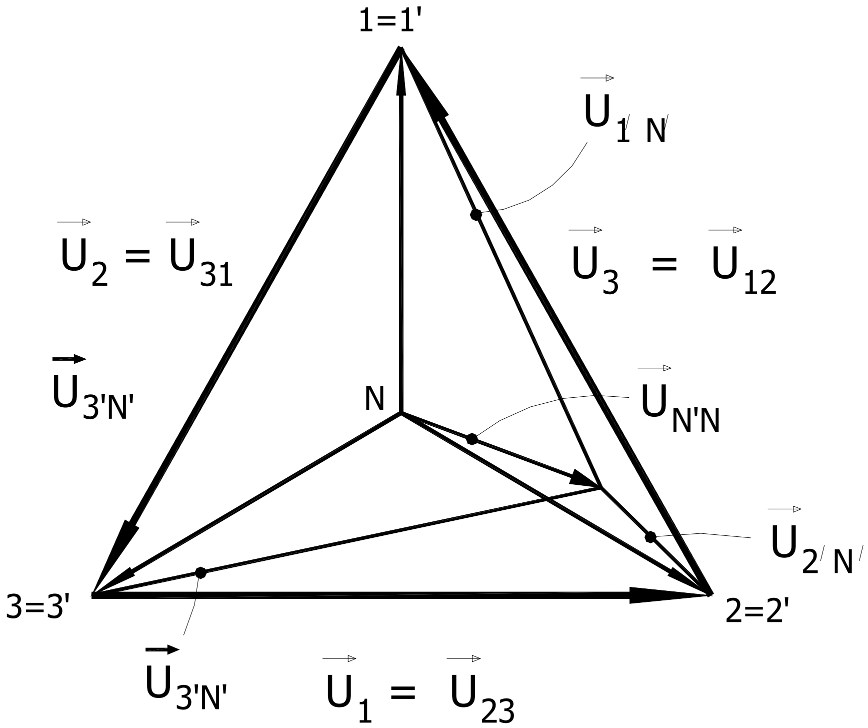
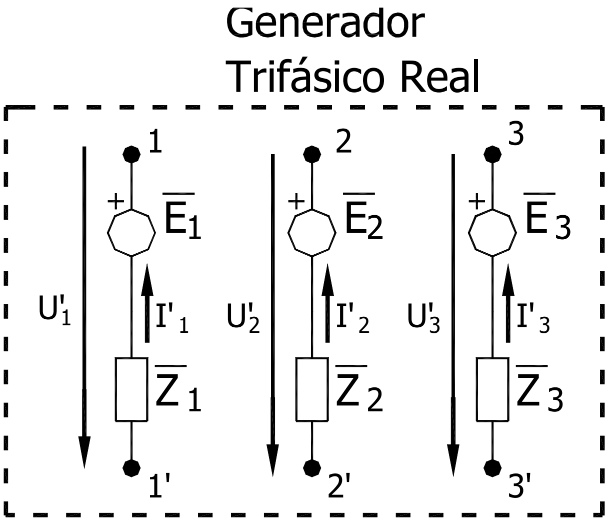


Diagrama triangular

8.4 FUENTES TRIFÁSICAS REALES.

En la figura se representan los tres generadores monofásicos reales a los que estamos haciendo referencia en este tema.



Normalmente, $|\overline{E}_1| = |\overline{E}_2| = |\overline{E}_3|$ y desfasados 120º. También, $|\overline{Z}_1| = |\overline{Z}_2| = |\overline{Z}_3|$ por ser las tres bobinas iguales en el generador, y como

$$\overline{U}_1^{/} = \overline{U}_{11^{/}} = \overline{E}_1 - \overline{I}_1^{/}\overline{Z}_1$$

$$\overline{U}_2^{/} = \overline{U}_{22^{/}} = \overline{E}_2 - \overline{I}_2^{/}\overline{Z}_2$$

$$\overline{U}_3^{/} = \overline{U}_{33^{/}} = \overline{E}_3 - \overline{I}_3^{/}\overline{Z}_3$$

se tendrá en sistemas equilibrados en intensidades que: $|\overline{U}_1'| = |\overline{U}_2'| = |\overline{U}_3'|$ y desfasados 120º.

$$\overline{U}_1^{/} = U_F \underline{|\ 90^\circ}$$

$$\overline{U}_2^{/} = U_F \underline{|\ -30^\circ}$$

$$\overline{U}_3^{/} = U_F \underline{|\ -150^\circ}$$

Estos tres generadores se pueden conectar en estrella o en triangulo. La conexión estrella se realiza dejando libres los terminales 1, 2 y 3 de cada bobina y reuniendo los otros: 1', 2' y 3' en un solo nudo.

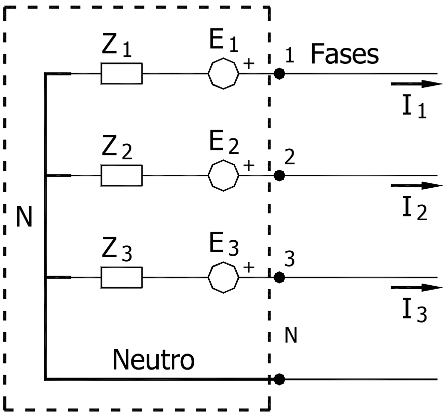
De esta forma como puede verse en la figura siguiente pueden salir de nuestro generador 3 o 4 hilos, correspondientes a los terminales 1, 2 y 3; y cuando sale el cuarto, corresponde a la unión de los terminales 1', 2' y 3' que forman el neutro de la estrella.

Generador Real
Trifásico en Estrella

$\overline{U}'_1 = \overline{U}_{1N}$

$\overline{U}'_2 = \overline{U}_{2N}$

$\overline{U}'_3 = \overline{U}_{3N}$



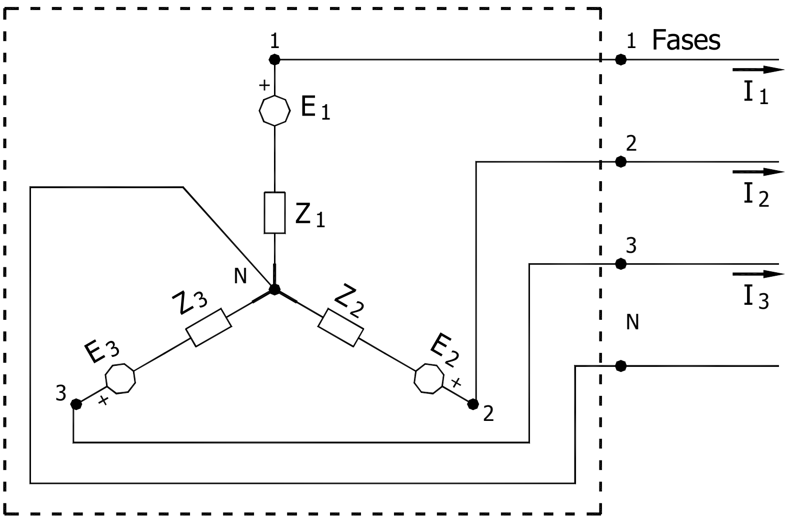
$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{1N} - \overline{U}_{2N}$

$\overline{U}_{23} = \overline{U}_{2N} - \overline{U}_{3N}$

$\overline{U}_{31} = \overline{U}_{3N} - \overline{U}_{1N}$

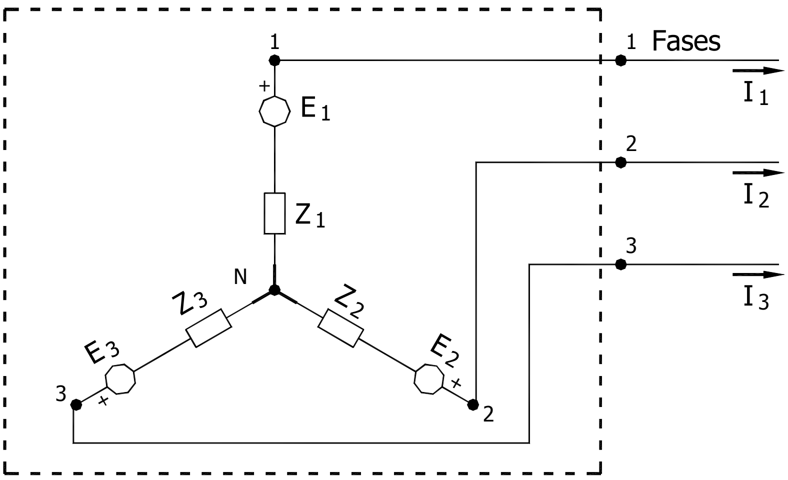
Generador Trifásico en Estrella CON Neutro

E-3

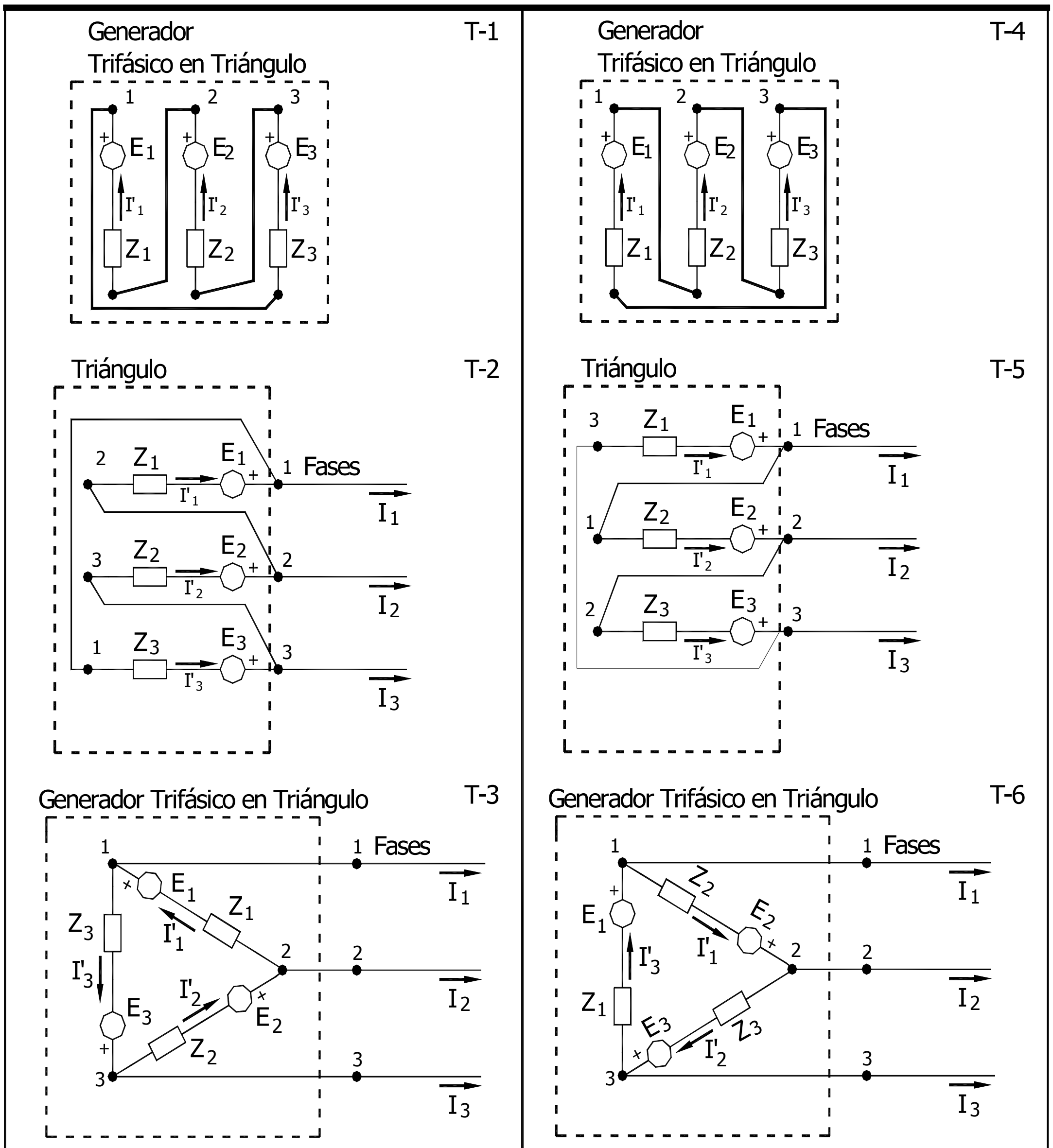


E-4

Generador Trifásico en Estrella SIN Neutro



Si se conectan los tres generadores monofásicos desfasados 120º entre si en triangulo dará lugar a un sistema trifásico a tres hilos (no puede existir conductor neutro), siendo las posibles conexiones las de las figuras siguientes.

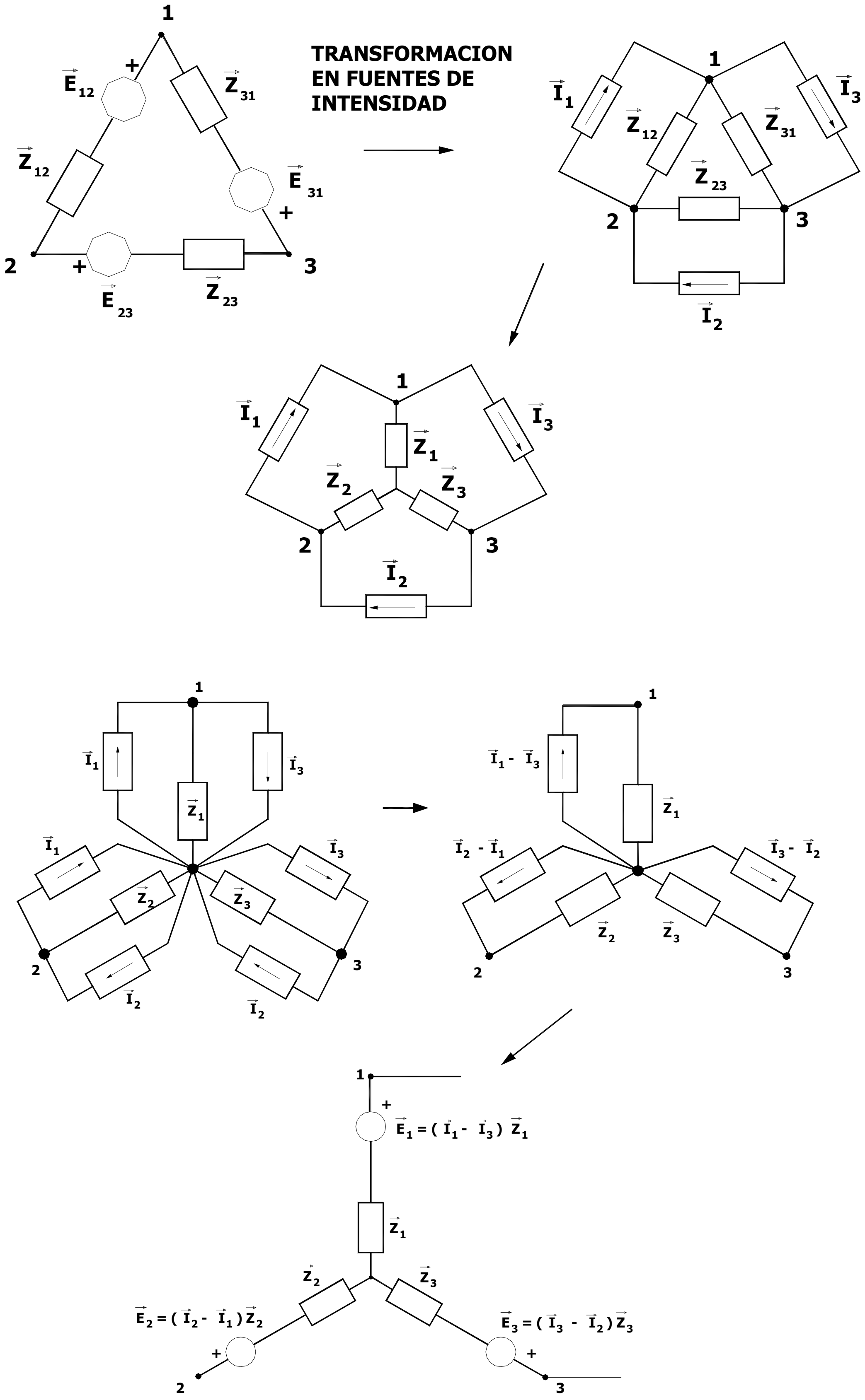


$$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{RS} = \overline{E}_1 - \overline{I}'_1\overline{Z}_1 = \overline{U}'_1$$
$$\overline{U}_{23} = \overline{U}_{ST} = \overline{E}_2 - \overline{I}'_2\overline{Z}_2 = \overline{U}'_2$$
$$\overline{U}_{31} = \overline{U}_{TR} = \overline{E}_3 - \overline{I}'_3\overline{Z}_3 = \overline{U}'_3$$

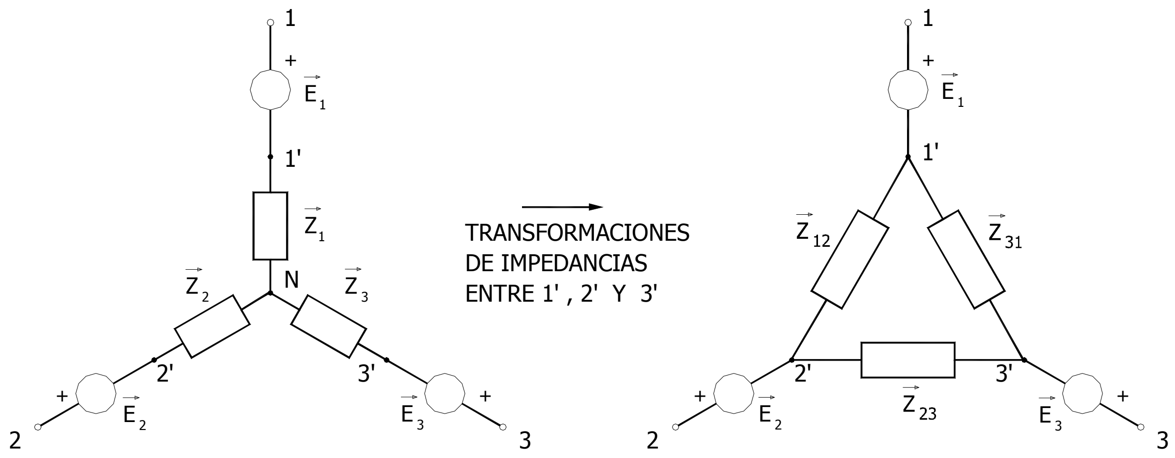
$$\overline{U}_{12} = \overline{U}_{RS} = -\overline{E}_2 + \overline{I}'_2\overline{Z}_2 = -\overline{U}'_2$$
$$\overline{U}_{23} = \overline{U}_{ST} = -\overline{E}_3 + \overline{I}'_3\overline{Z}_3 = -\overline{U}'_3$$
$$\overline{U}_{31} = \overline{U}_{TR} = -\overline{E}_1 + \overline{I}'_1\overline{Z}_1 = -\overline{U}'_1$$

8.4.1. CONVERSIÓN DE FUENTES TRIFÁSICAS REALES.

8.4.1.1. CONVERSIÓN TRIANGULO-ESTRELLA.

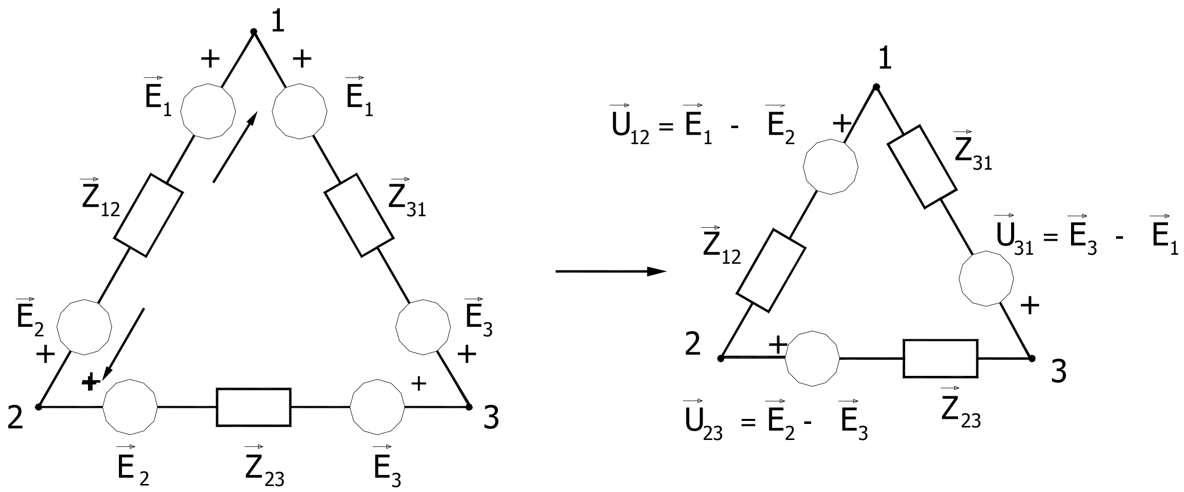


8.4.1.2. CONVERSIÓN ESTRELLA-TRIANGULO



$$\overline{Z}_{31} = \frac{\overline{Z}_1\overline{Z}_2 + \overline{Z}_1\overline{Z}_3 + \overline{Z}_2\overline{Z}_3}{\overline{Z}_2} \qquad \overline{Z}_{23} = \frac{\overline{Z}_1\overline{Z}_2 + \overline{Z}_1\overline{Z}_3 + \overline{Z}_2\overline{Z}_3}{\overline{Z}_1}$$

$$\overline{Z}_{12} = \frac{\overline{Z}_1\overline{Z}_2 + \overline{Z}_1\overline{Z}_3 + \overline{Z}_2\overline{Z}_3}{\overline{Z}_3}$$



Lo mas normal en alternadores trifásicos es que:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_E$$

$$Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z_T = 3\ Z_E$$

8.5.- ESTUDIO GENERALIZADO DE LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

En apartados anteriores se han visto los esquemas equivalentes de los generadores trifásicos reales y las posibles cargas trifásicas que se pueden conectar a estos. Seguidamente vamos a estudiar como se calcularían las intensidades de línea cuando conectamos un generador a una carga mediante una línea trifásica real. El esquema eléctrico equivalente de la línea que escojemos para todos los casos a estudiar es el mas simple, el **esquema serie**, es decir que cada conductor es equivalente a una resistencia en serie con una autoinducción.

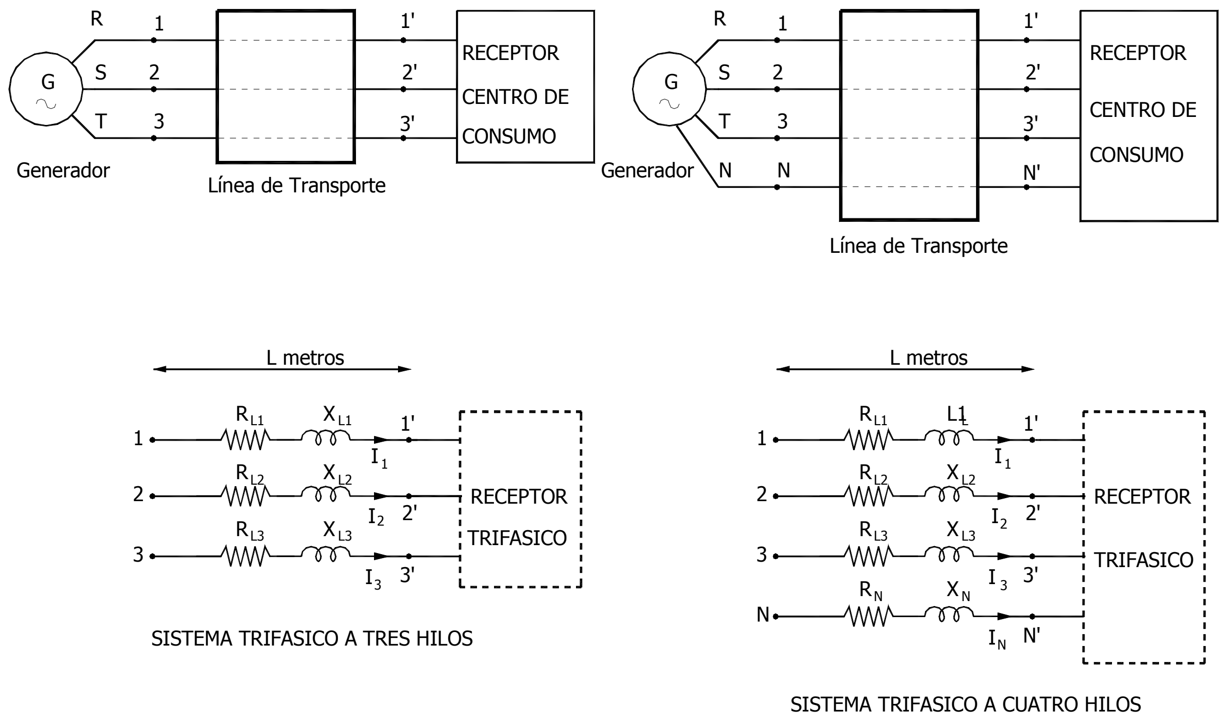


Fig. Esquema equivalente a la linea de conexión entre generador y receptor (cargas). Esquema serie.

8.5.1. SISTEMAS ESTRELLA-ESTRELLA

En la figura se representa un sistema formado por tres fuentes de tensión reales equilibradas conectadas en estrella: $\overline{E}_1$, $\overline{E}_2$ y $\overline{E}_3$ (fuentes de igual valor eficaz y desfasadas entre sí 120º) y sus tres impedancias internas $\overline{Z}_{G1}$, $\overline{Z}_{G2}$ y $\overline{Z}_{G3}$. Estas están conectadas a una carga en estrella mediante una línea cuyas impedancias internas valen: $\overline{Z}_{L1}$, $\overline{Z}_{L2}$, $\overline{Z}_{L3}$ y $\overline{Z}_N$. Se ha consignado un hilo neutro de impedancia genérica $\overline{Z}_N$ que podrá o no estar incorporado al sistema a estudiar.

Vamos a transformar el circuito dado en uno mas simple y poder así determinar fácilmente las intensidades de línea que es nuestro objetivo.

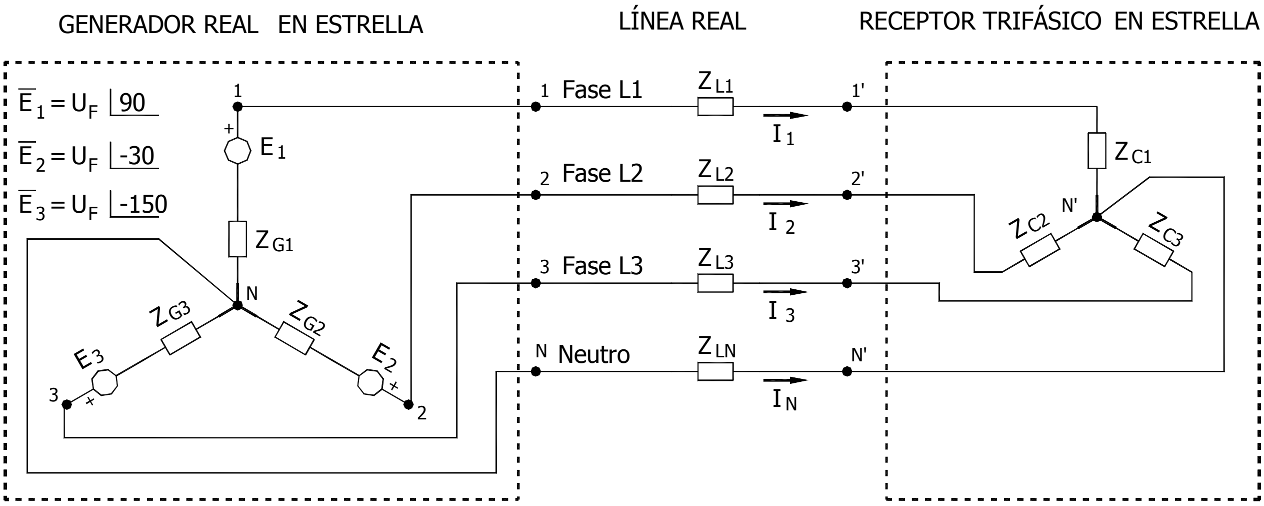


Fig. Sistema estrella-estrella

En la **fase L1** o **R** encontramos tres impedancias en serie, la del generador, la linea y la carga, simplificando nos quedara solo una. Lo mismo ocurre con las otras fases.

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_{G1} + \overline{Z}_{L1} + \overline{Z}_{C1}$$

$$\overline{Z}_2 = \overline{Z}_{G2} + \overline{Z}_{L2} + \overline{Z}_{C2}$$

$$\overline{Z}_3 = \overline{Z}_{G3} + \overline{Z}_{L3} + \overline{Z}_{C3}$$

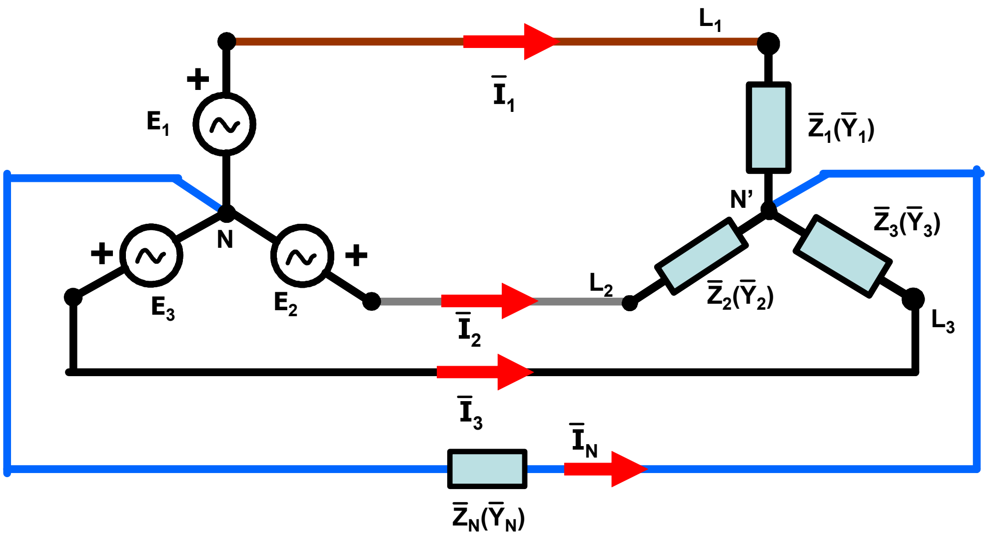


Fig. Sistema estrellla-estrella simplificado

La rama del neutro solo tiene una impedancia por lo que no se puede simplificar.

El esquema de arriba es, evidentemente, el mismo de la figura siguiente, pero en él se aprecian más claramente cómo las tres fuentes de tensión $\overline{E}_1$, $\overline{E}_2$ y $\overline{E}_3$, con sus respectivas impedancias en SERIE, están conectadas entre sí y con el neutro en PARALELO.

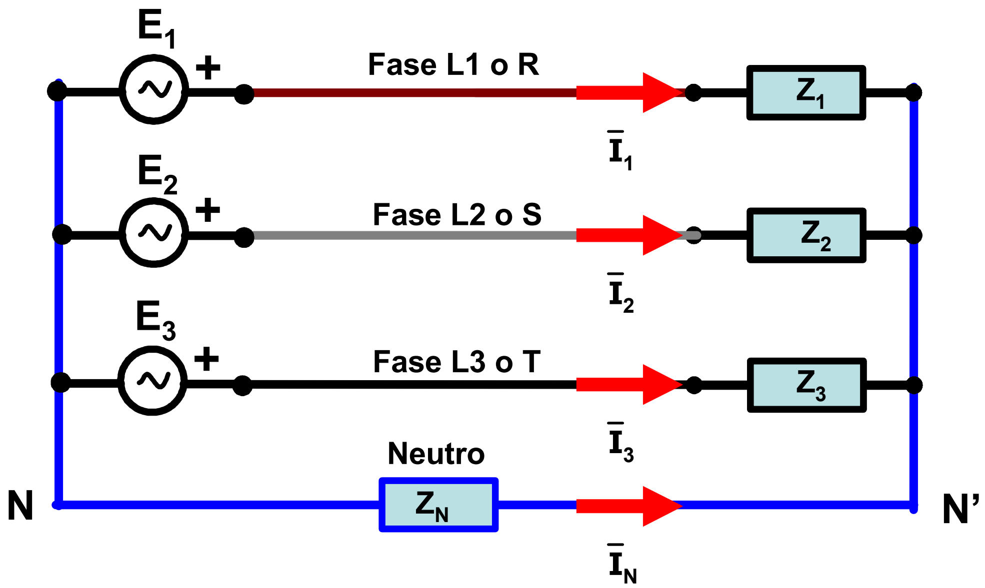
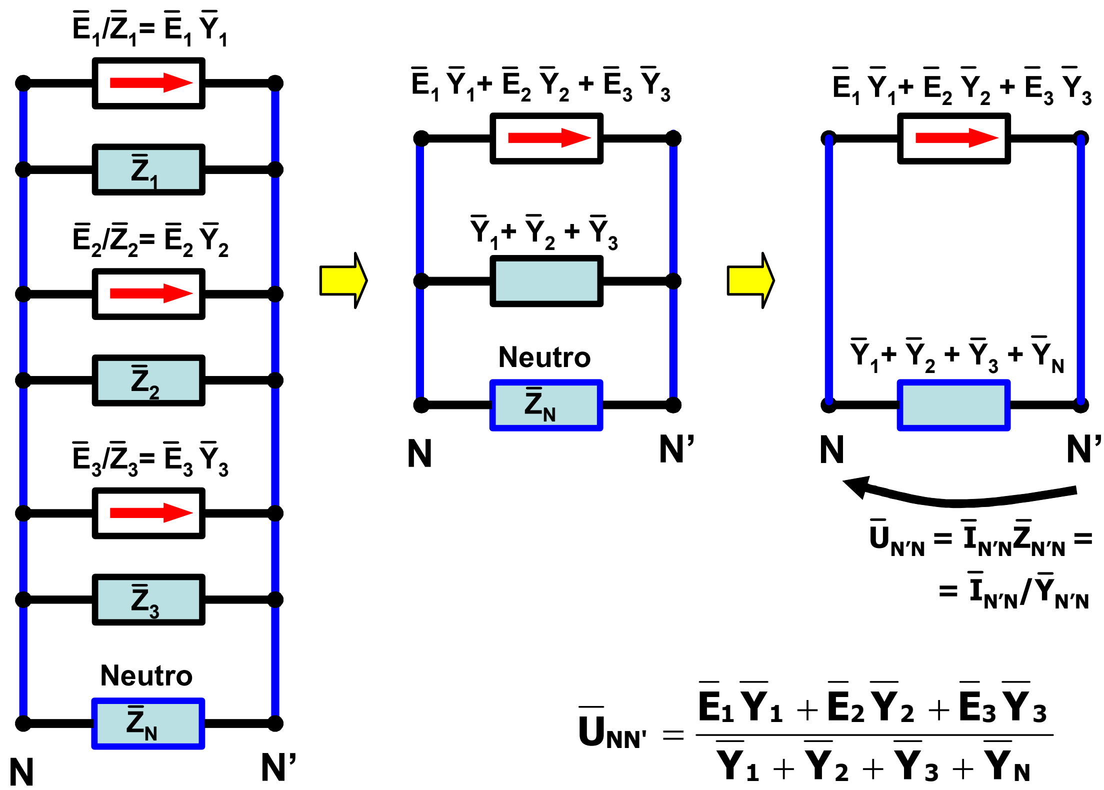


Fig. Sistema estrella-estrella simplificado . Otra representación.

De la misma manera como se procedió en un tema anterior para la demostración del Teorema de MILLMANN, por sucesivas transformaciones es fácil reducir el indicado esquema a uno más sencillo, que es el que se representa en la figura siguiente.



$$\overline{U}_{NN'} = \frac{\overline{E}_1\overline{Y}_1 + \overline{E}_2\overline{Y}_2 + \overline{E}_3\overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3 + \overline{Y}_N}$$

La diferencia de potencial entre el neutro de la carga y el neutro de la generación, $U_{N'N}$, también llamado **desplazamiento del neutro** valdrá:

$$\overline{U}_{N'N} = \frac{\Sigma \overline{E}_i \overline{Y}_i}{\Sigma \overline{Y}_i + \overline{Y}_N} = \frac{\overline{E}_1 \overline{Y}_1 + \overline{E}_2 \overline{Y}_2 + \overline{E}_3 \overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3 + \overline{Y}_N} \qquad (1)$$

Con la ayuda de esta tensión entre puntos neutros de la generación y de las cargas y volviendo al esquema original simplificado se puede determinar las **intensidades de las corrientes de línea** fácilmente, aplicando el segundo lema entre N'N, se obtendrá lo siguiente:

$$\overline{U}_{N'N} = -\overline{I}_1 \overline{Z}_1 + \overline{E}_1 = -\overline{I}_2 \overline{Z}_2 + \overline{E}_2 = -\overline{I}_3 \overline{Z}_3 + \overline{E}_3$$

por lo que:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1 - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_1} \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_2 - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_2} \qquad \overline{I}_3 = \frac{\overline{E}_3 - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_3}$$

Se estudiarán los seis casos siguientes:

A) **Sistemas equilibrados: con neutro, sin neutro y con neutro de impedancia nula**.

B) **Sistemas desequilibrados: con neutro, sin neutro y con neutro de impedancia nula**.

A) SISTEMAS EQUILIBRADOS: $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z} \;\text{–>}\; \overline{Y}_1 = \overline{Y}_2 = \overline{Y}_3 = \overline{Y}$

Para estos sistemas: $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z} \;\text{–>}\; \overline{Y}_1 = \overline{Y}_2 = \overline{Y}_3 = \overline{Y}$ donde $\overline{Y}$ es la admitancia común a todas las ramas menos la del neutro.

Por lo que:

$$\overline{U}_{N'N} = \frac{\overline{Y}\,(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3)}{3\,\overline{Y} + \overline{Y}_N}$$

Por otra parte: $\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3 = 0$ ya que se trata de 3 fasores de igual módulo y desfasados entre sí 120º.

Con ello: $\overline{U}_{N'N} = 0$ es decir, que los dos puntos neutros N y N' tienen la MISMA tensión.

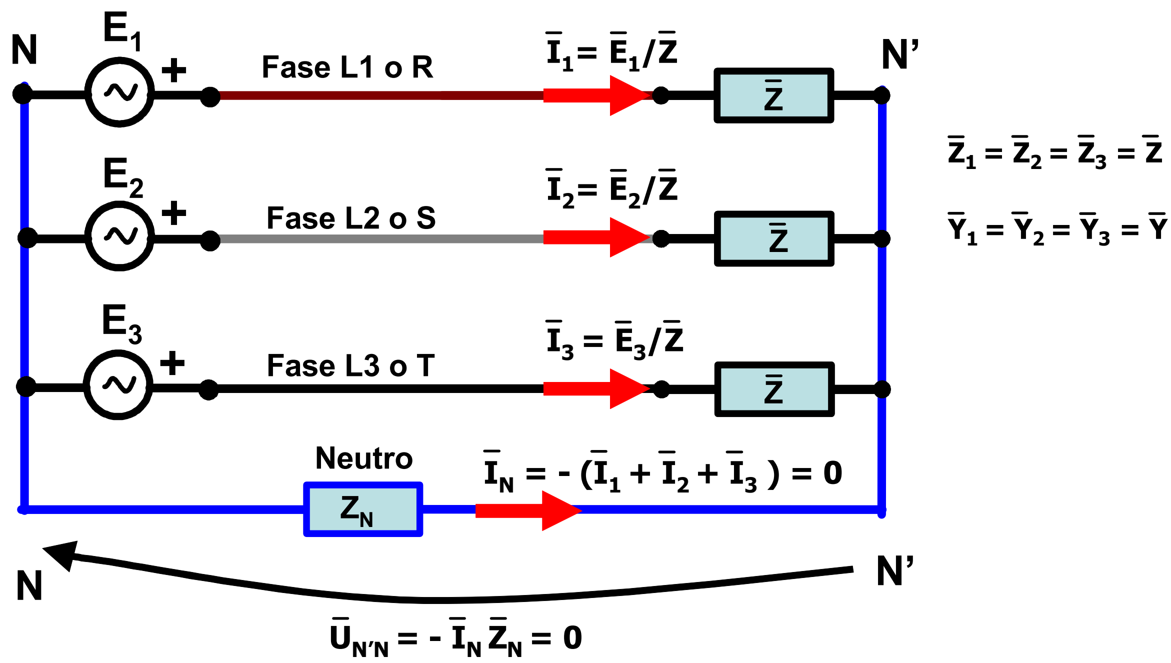


Fig. Sistema Estrella-Estrella equilibrada.

El sistema TRIFÁSICO propuesto equivale, por tanto, a TRES sistemas MONOFÁSICOS independientes y, en consecuencia:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{\overline{Z}_1} \quad ; \quad \overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_2}{\overline{Z}_2} \quad ; \quad \overline{I}_3 = \frac{\overline{E}_3}{\overline{Z}_3}$$

Al constituir $\overline{E}_1$, $\overline{E}_2$ y $\overline{E}_3$ un sistema equilibrado de f.e.m., los fasores $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ e $\overline{I}_3$ también forman un sistema de fasores asimismo equilibrado (debido a que $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3$).

Finalmente, se verificará: $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$ por lo que la intensidad circulante por el conductor neutro es nula, $\overline{I}_N = -(\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3) = 0$.

La existencia o no de cable neutro y el valor de su impedancia caso de existir no altera el régimen de corrientes en el sistema que sólo depende de las f.e.m. de la generación y de la impedancia TOTAL por fase (la interna de cada generador elemental más la de la línea y la carga correspondiente).

B) SISTEMAS DESEQUILIBRADOS

B.1) Sistemas con neutro de impedancia NULA: En este supuesto, la expresión (1) obtenida anteriormente se anula también, ya que al ser: $\overline{Z}_N = 0$ resultará: $\overline{Y}_N = \infty$. El sistema así propuesto vuelve a ser equivalente a TRES sistemas MONOFÁSICOS independientes y las corrientes de sus fases valdrán, como antes:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{\overline{Z}_1} \quad ; \quad \overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_2}{\overline{Z}_2} \quad ; \quad \overline{I}_3 = \frac{\overline{E}_3}{\overline{Z}_3}$$

si bien, ahora, la terna de fasores: $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ e $\overline{I}_3$, no constituye un sistema equilibrado, por lo que:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = \overline{I}_N \neq 0$$

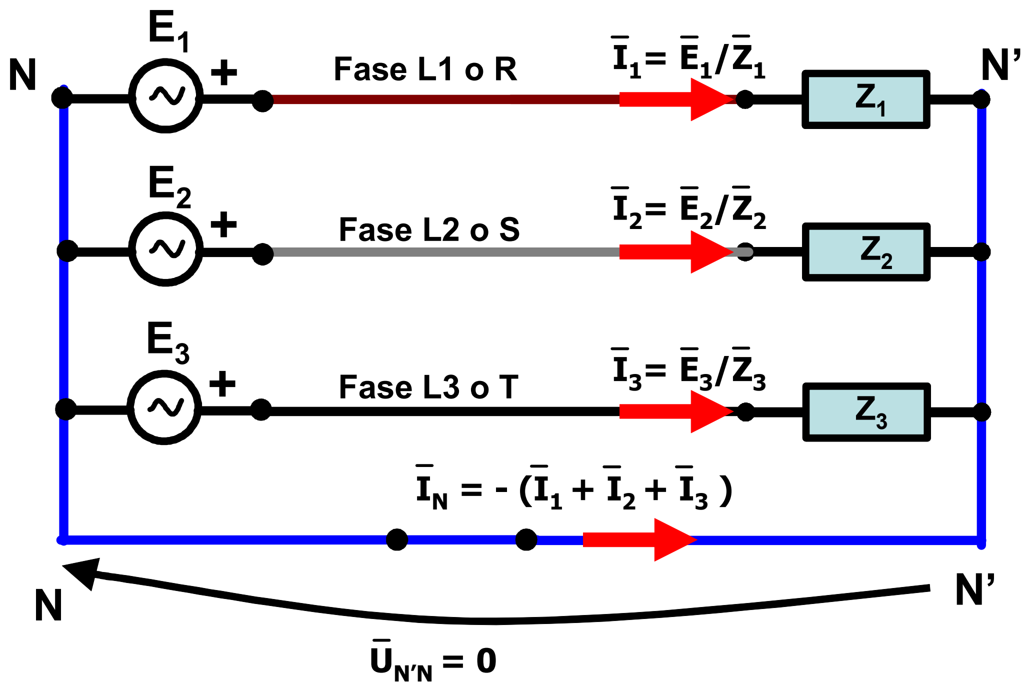


Fig. Sistema Estrella-Estrella desequilibrada con neutro de impedancia nula.

B.2) Sistemas sin neutro: La expresión (1) se convierte en:

$$\overline{U}_{N'N} = \frac{\overline{E}_1 \overline{Y}_1 + \overline{E}_2 \overline{Y}_2 + \overline{E}_3 \overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3} \qquad (2)$$

ya que, al ser: $\overline{Z}_N = \infty$, resulta: $\overline{Y}_N = 0$.

El numerador de (2) será, en general, distinto de cero, con lo que, también en general, será: $\overline{U}_{N'N} \neq 0$

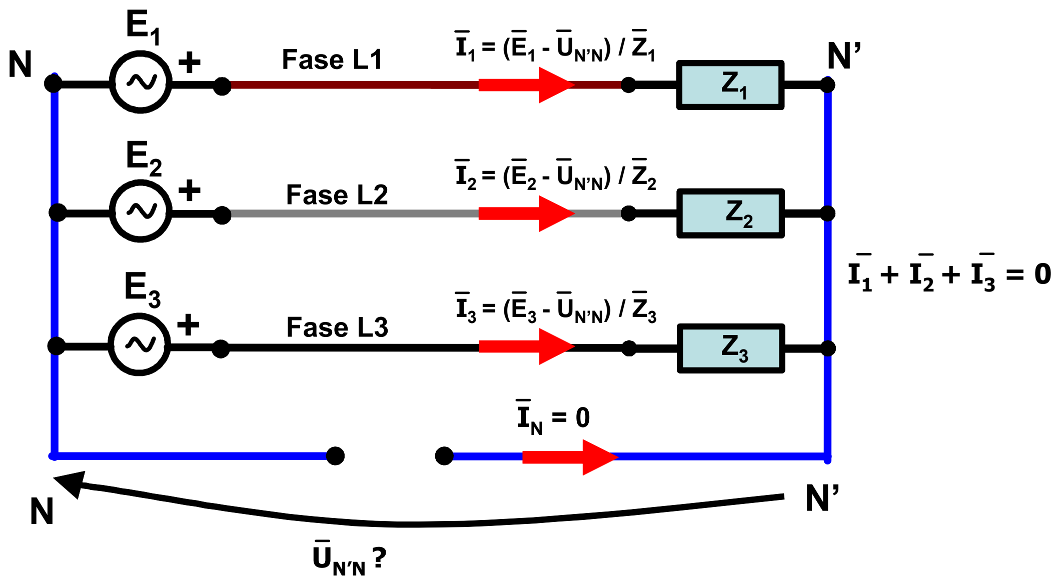


Fig. Sistema Estrella-Estrella desequilibrada con neutro de impedancia infinita (sin neutro)

El sistema trifásico no será ya equivalente a tres sistemas monofásicos independientes, y deberá hacerse: $\overline{E}_1 + \overline{U}_{Z1} + \overline{U}_{N'N} = 0$ de donde: $\overline{U}_{Z1} = \overline{E}_1 - \overline{U}_{N'N}$ y por tanto:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{1N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_1} = (\overline{U}_{1N} - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_1$$

e, igualmente:

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{2N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_2} = (\overline{U}_{2N} - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_2$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{3N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_3} = (\overline{U}_{3N} - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_3$$

En este caso, la aplicación del 2º Lema de KIRCHHOFF al nudo N' obliga a que:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$$

B.3) Sistemas con neutro de impedancia distinta de cero: al ser: $\overline{Z}_N \neq 0$ e $\overline{Y}_N \neq \infty$, la expresión (1) no se podrá simplificar:

$$\boxed{\overline{U}_{N'N} = \frac{\overline{E}_1\,\overline{Y}_1 + \overline{E}_2\,\overline{Y}_2 + \overline{E}_3\,\overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3 + \overline{Y}_N}} \qquad (3)$$

Como en el caso anterior, también en éste será: $\overline{U}_{N'N} \neq 0$

Las corrientes $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ e $\overline{I}_3$ tendrán los mismos valores antes calculados:

$$\boxed{\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{1N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_1}} \quad ; \quad \boxed{\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{2N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_2}} \quad ; \quad \boxed{\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{3N} - \overline{U}_{N'N}}{\overline{Z}_3}}$$

Al existir conductor neutro se verificará: $\overline{I}_N = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$ siendo, en general, distinta de cero.

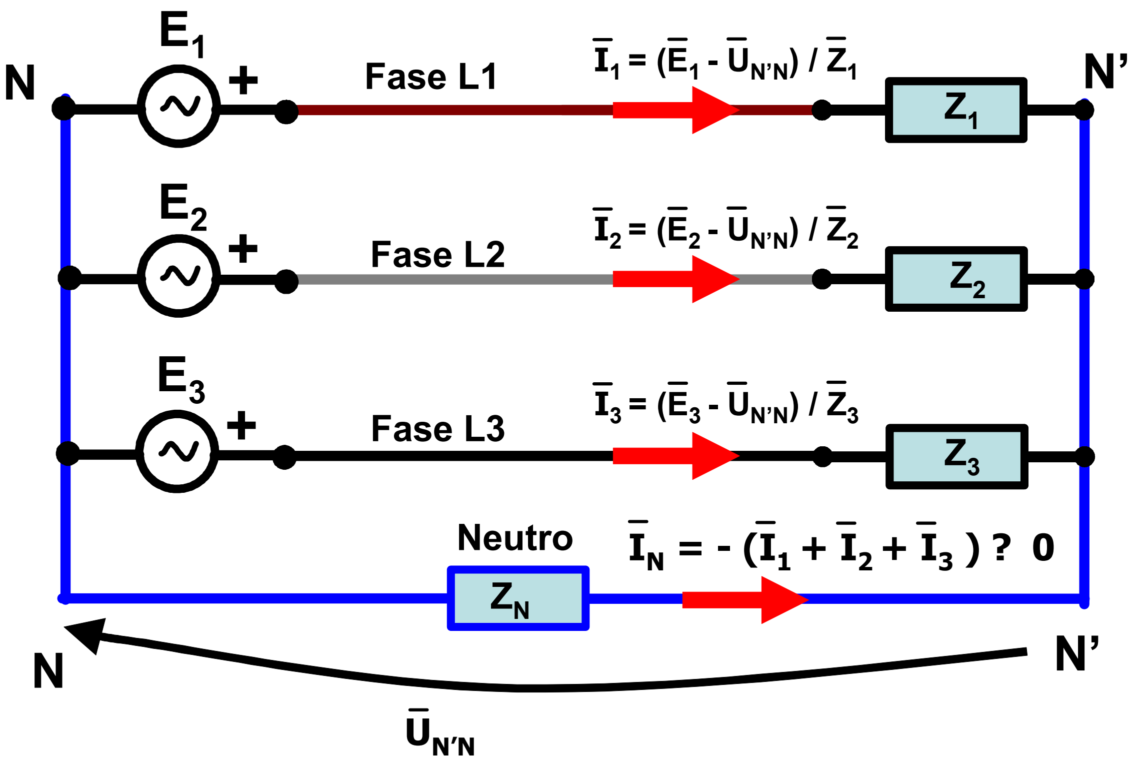
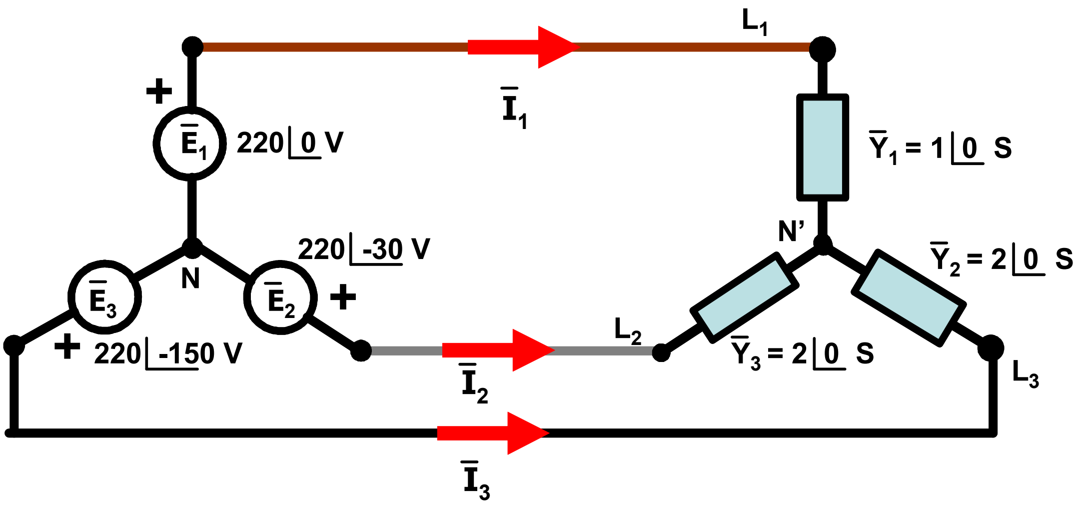


Fig. Sistema Estrella-Estrella desequilibrada con neutro de impedancia distinta de cero.

Ejercicio: En la figura se representa un sistema Estrella-Estrella desequilibrado en las cargas y sin neutro.



- Determinar las corrientes de línea y dibujar el diagrama fasorial.
- Si le colocamos un conductor entre N y N', de impedancia $\overline{Z}_N = 1/5 \,\underline{|\,0}$, obtener los valores anteriores y la intensidad que pasa por esta impedancia.

Solución:

Según la expresión (2), la tensión entre el neutro de la carga y de la generación será:

$$\overline{U}_{N'N} = \frac{\overline{E}_1\,\overline{Y}_1 + \overline{E}_2\,\overline{Y}_2 + \overline{E}_3\,\overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3} = \frac{220\,j \times 1 + 220\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right)2 + 220\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right)2}{1 + 2 + 2} =$$

$$= 44\,(j + \sqrt{3} - j - \sqrt{3} - j) = -44\,j = 44\,\underline{|\,270}\text{ V}$$

A partir de este valor se tendrá:

$$\overline{I}_1 = (\overline{E}_1 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_1 = (220\,j + 44\,j)\,1 = 264\,j = 264\,\underline{|90^\circ}\text{ A}$$

$$\overline{I}_2 = (\overline{E}_2 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_2 = \left[220\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) + 44\,j\right]2 = 44\,(5\sqrt{3} - 3\,j) =$$

$$= 44\sqrt{66}\,\underline{|-19{,}11^\circ} = 403{,}27\,\underline{|-19{,}11^\circ}\text{ A}$$

$$\overline{I}_3 = (\overline{E}_3 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_3 = \left[220\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) + 44\,j\right]2 = 22\,(-10\sqrt{3} - 10\,j + 4\,j) =$$

$$= -44\,(5\sqrt{3} + 3\,j) = 44\sqrt{66}\,\underline{|-160{,}89^\circ} = 403{,}27\,\underline{|-160{,}89^\circ}\text{ A}$$

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 264\,j + 44\,(5\sqrt{3} - 3\,j) - 44\,(5\sqrt{3} + 3\,j) = 0$$

conforme debía de tenerse.

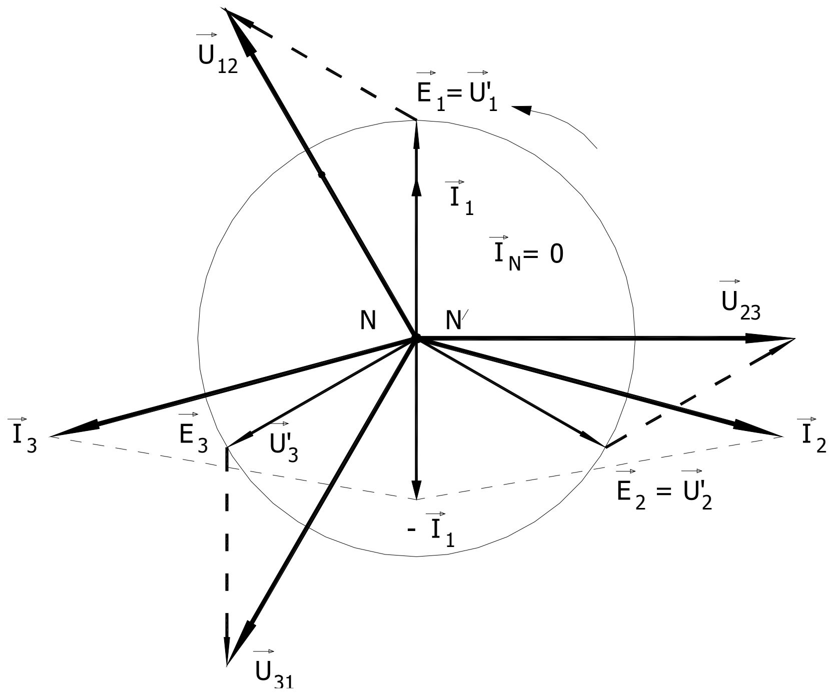
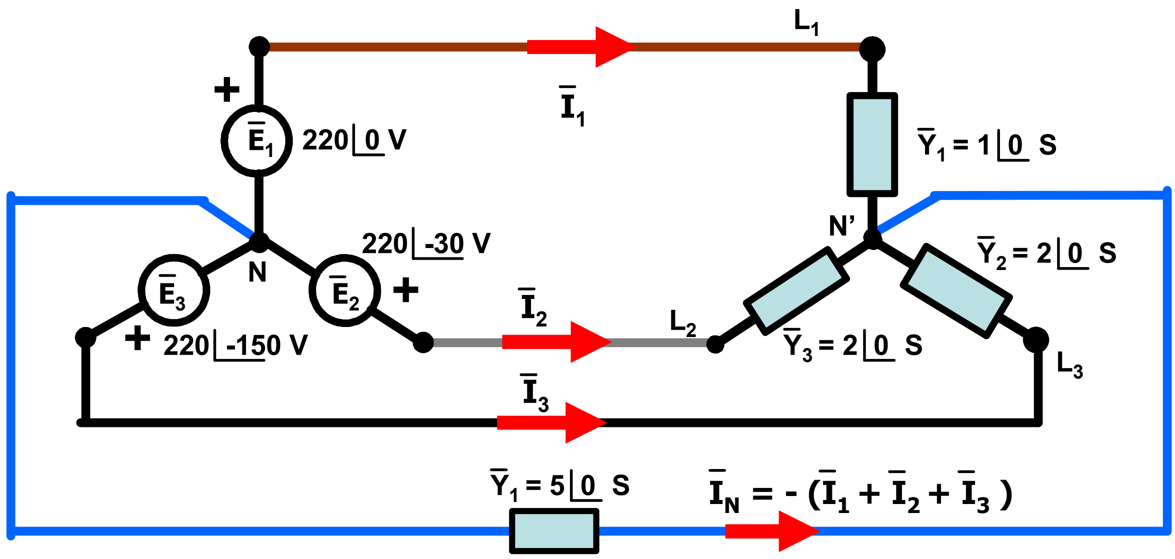


Fig. Diagrama de tensiones e intensidades del caso estudiado

Si al sistema estudiado se le dota de un conductor neutro de Admitancia: $\overline{Y}_N = 5\ \underline{|0^{\circ}}\ S$



en este caso:

$$\overline{U}_{N'N} = \frac{220\,j \times 1 + 220\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) 2 + 220\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) 2}{1 + 2 + 2 + 5} = -\,22\,j = 22 \underline{|-90^{\circ}}\ \mathrm{V}$$

Los valores de los fasores de las intensidades de las corrientes en cada fase serán:

$$\overline{I}_1 = (\overline{E}_1 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_1 = (220\,j + 22\,j)\,1 = 242\,j = 242 \underline{|90^{\circ}}\ \mathrm{A}$$

$$\overline{I}_2 = (\overline{E}_2 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_2 = \left[220\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) + 22\,j\right] 2 = 44\,(5\sqrt{3} - 4\,j) =$$

$$= 44\sqrt{91}\ \underline{|-24{,}8^{\circ}} = 419{,}73 \underline{|-24{,}8^{\circ}}\ \mathrm{A}$$

$$\overline{I}_3 = (\overline{E}_3 - \overline{U}_{N'N})\,\overline{Y}_3 = \left[220\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}\right) + 22\,j\right] 2 = -44\,(5\sqrt{3} + 4\,j) =$$

$$= 44\sqrt{91}\ \underline{|-155{,}2^{\circ}} = 419{,}73 \underline{|-155{,}2^{\circ}}\ \mathrm{A}$$

Para este supuesto:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 242\,j + 44\,(5\sqrt{3} - 4\,j) - 44\,(5\sqrt{3} + 4\,j) =$$

$$= -110\,j = 110 \underline{|-90^{\circ}}\ \mathrm{A}$$

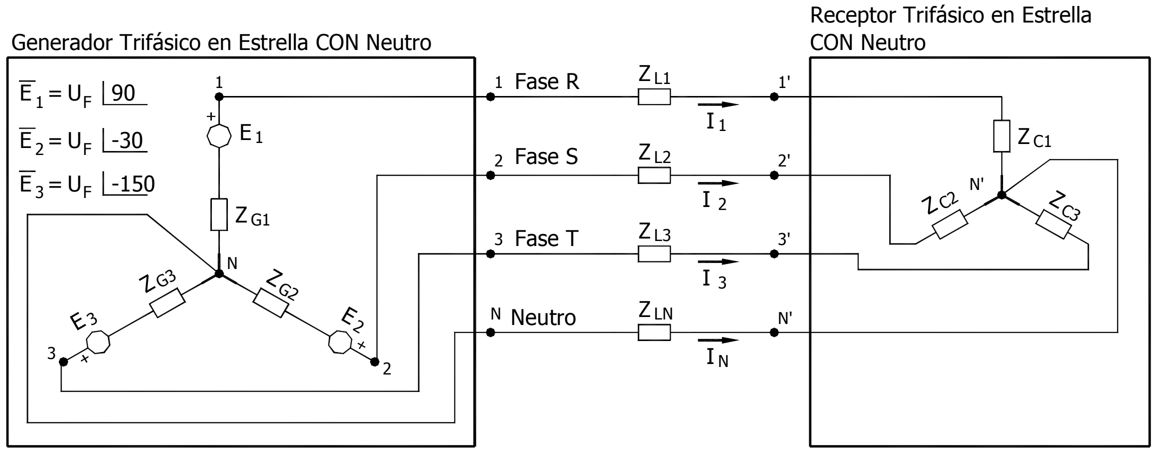
y, por tanto:

$$\overline{I}_{NN'} = \overline{I}_N = 110\,j = 110 \underline{|90^{\circ}}\ \mathrm{A}$$

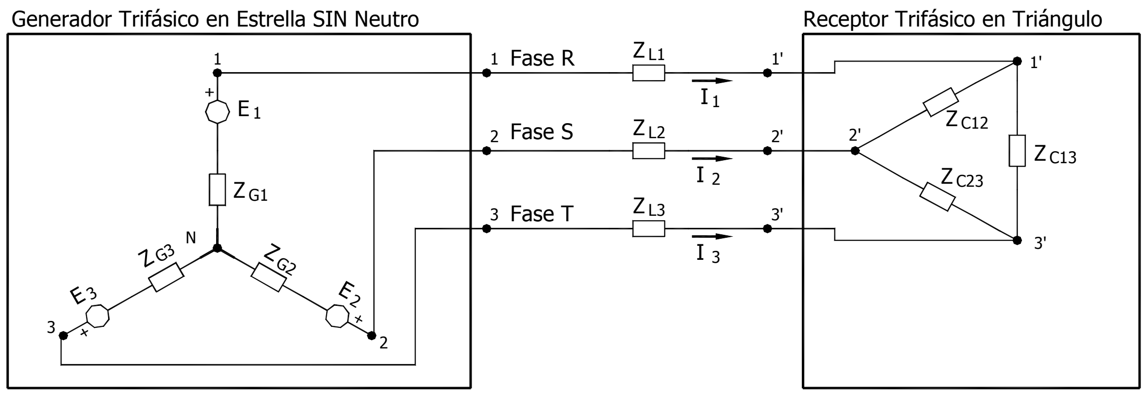
ESTUDIO GENERALIZADO DE LOS SISTEMAS TRIFASICOS

GENERADOR REAL	LÍNEA REAL	RECEPTOR TRIFÁSICO

SISTEMA ESTRELLA-ESTRELLA



SISTEMA ESTRELLA-TRIÁNGULO

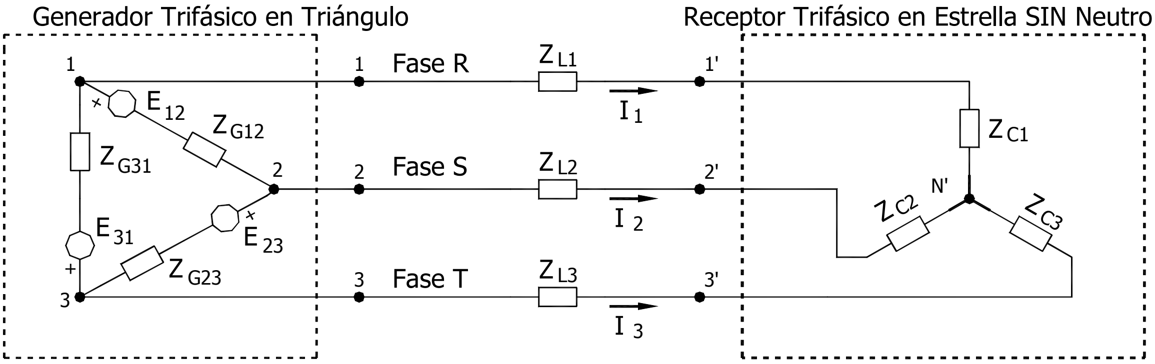


EQUIVALE A UN SISTEMA ESTRELLA-ESTRELLA SIN NEUTRO ($\overline{Z}_{LN} = \infty$)

ESTUDIO GENERALIZADO DE LOS SISTEMAS TRIFASICOS

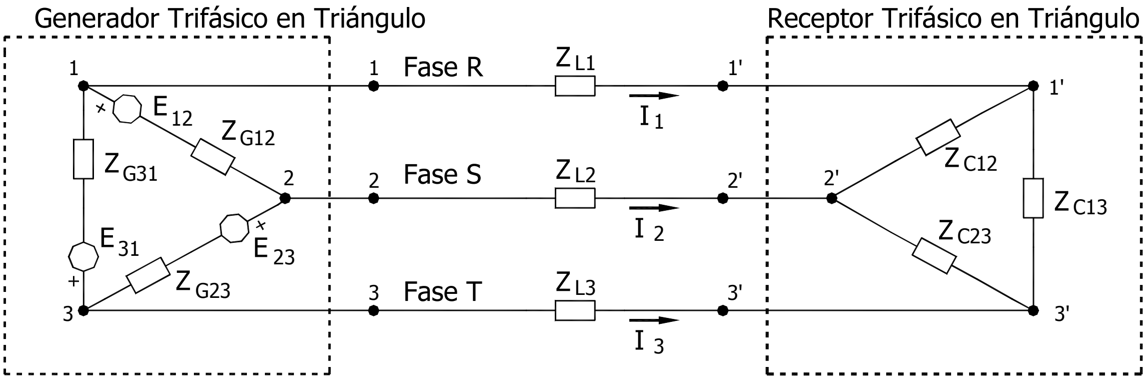
GENERADOR REAL | LÍNEA REAL | RECEPTOR TRIFÁSICO

SISTEMA TRIÁNGULO-ESTRELLA



EQUIVALE A UN SISTEMA ESTRELLA-ESTRELLA SIN NEUTRO ($\overline{Z}_{LN} = \infty$)

SISTEMA TRIÁNGULO-TRIÁNGULO



EQUIVALE A UN SISTEMA ESTRELLA-ESTRELLA SIN NEUTRO ($\overline{Z}_{LN} = \infty$)