$$I_F = \frac{U_F}{Z} = \frac{86,6}{25} = 3,46A$$

Por consiguiente, el diagrama vectorial pedido es el construido en la figura 14.

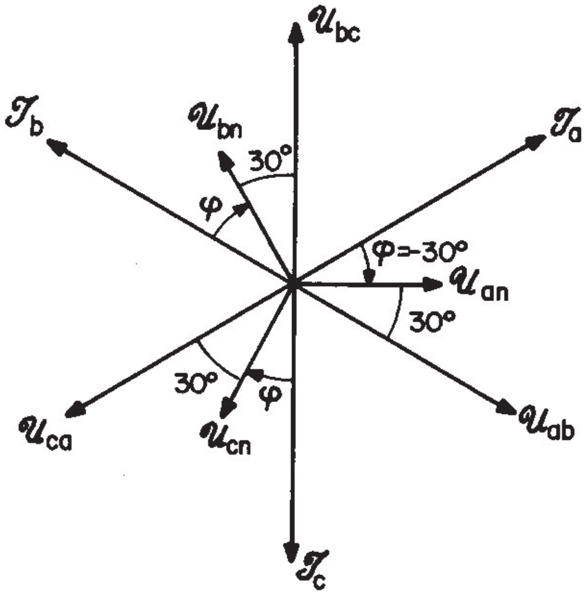

figura 14

6. Análisis De Sistemas Trifásicos Equilibrados. Cálculo De Los Mismos Por Reducción A Un Problema Monofásico

Conexión estrella-estrella

Estudiaremos en primer lugar el sistema trifásico equilibrado Y-Y que se representa en la figura 15(a). Para realizar el estudio con mayor generalidad se han considerado las impedancias $\mathcal{Z}_g$, o interna del generador, $\mathcal{Z}_L$, o de los conductores de línea y $\mathcal{Z}_N$, o del hilo neutro, aparte, claro está, de las impedancias $\mathcal{Z}$ de carga.

Escribamos las ecuaciones circulares correspondientes a los lazos básicos definidos por cada fase y el hilo neutro. Con las referencias tomadas figura indicada se obtiene:

$$\mathcal{E}_1 = (\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z}_L + \mathcal{Z})\mathcal{I}_a + \mathcal{Z}_N(\mathcal{I}_a + \mathcal{I}_b + \mathcal{I}_c)$$
$$\mathcal{E}_2 = (\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z}_L + \mathcal{Z})\mathcal{I}_b + \mathcal{Z}_N(\mathcal{I}_a + \mathcal{I}_b + \mathcal{I}_c)$$
$$\mathcal{E}_3 = (\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z}_L + \mathcal{Z})\mathcal{I}_c + \mathcal{Z}_N(\mathcal{I}_a + \mathcal{I}_b + \mathcal{I}_c)$$

y siendo:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = 0$$

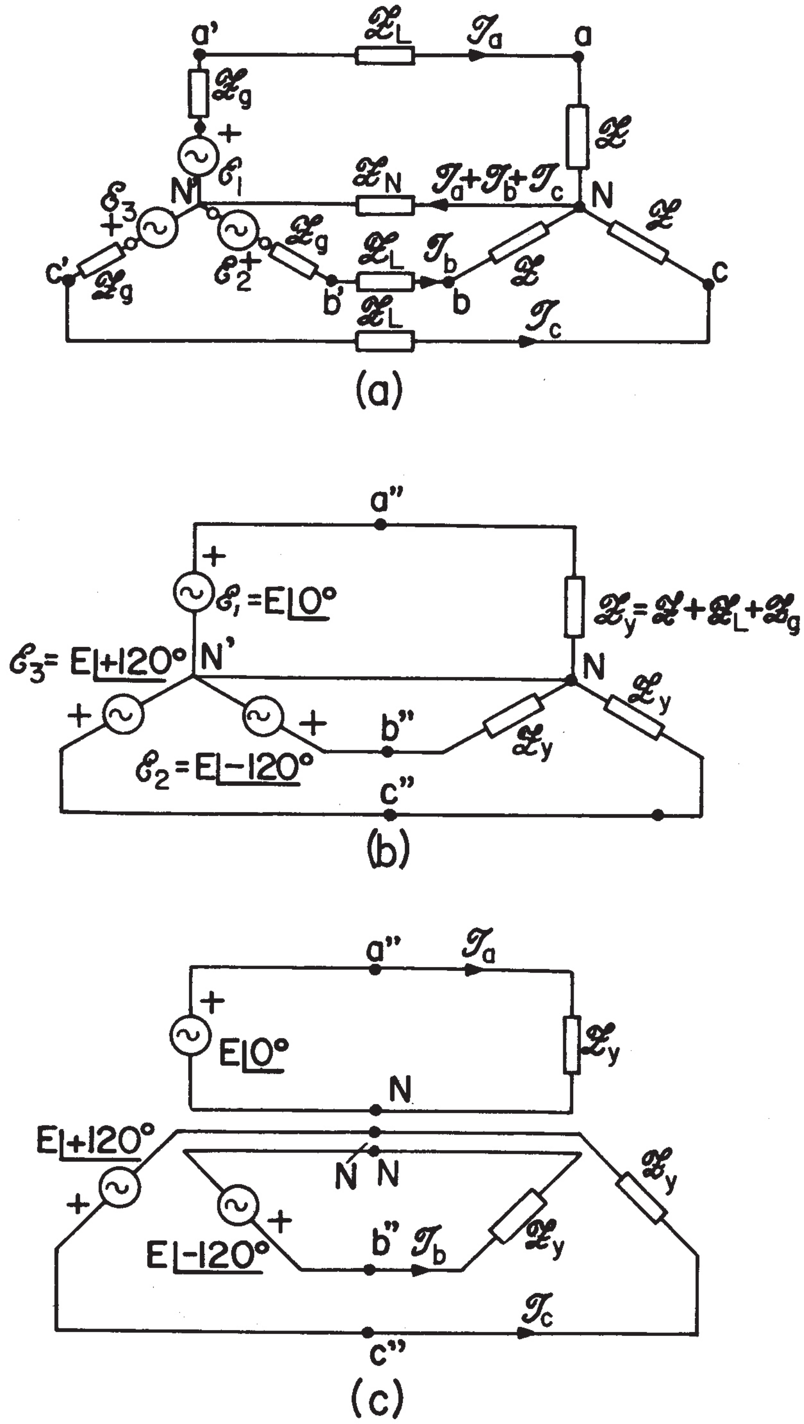

figura 15

puesto que se trata de un generador equilibrado, se verifica que:

$$0 = (\mathscr{Z}_{\mathrm{g}} + \mathscr{Z}_{\mathrm{L}} + \mathscr{Z} + 3\mathscr{Z}_{\mathrm{N}})(\mathscr{I}_{\mathrm{a}} + \mathscr{I}_{\mathrm{b}} + \mathscr{I}_{\mathrm{c}})$$

luego:

$$\mathscr{I}_{\mathrm{a}} + \mathscr{I}_{\mathrm{b}} + \mathscr{I}_{\mathrm{c}} = 0$$

por lo que

$$\mathscr{U}_{NN'} = \mathscr{Z}_N(\mathscr{I}_a + \mathscr{I}_b + \mathscr{I}_c)$$

cualquiera que sea el valor de la impedancia $\mathscr{Z}_N$, Si no hay hilo neutro, $\mathscr{Z}_N = \infty$ es obvio que se verifica que la suma de intensidades es cero, pero entonces las ecuaciones de las tensiones $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$ pueden escribirse en la forma:

$$\begin{aligned}
\mathscr{E}_1 &= (\mathscr{Z}_g + \mathscr{Z}_L + \mathscr{Z})\mathscr{I}_a + \mathscr{U}_{NN'} \\
\mathscr{E}_2 &= (\mathscr{Z}_g + \mathscr{Z}_L + \mathscr{Z})\mathscr{I}_b + \mathscr{U}_{NN'} \\
\mathscr{E}_3 &= (\mathscr{Z}_g + \mathscr{Z}_L + \mathscr{Z})\mathscr{I}_c + \mathscr{U}_{NN'}
\end{aligned}$$

y teniendo en cuenta que la suma tensiones es cero resulta que

$$0 = (\mathscr{Z}_g + \mathscr{Z}_L + \mathscr{Z})(\mathscr{I}_a + \mathscr{I}_b + \mathscr{I}_c) + 3\mathscr{U}_{NN'}$$

Por lo que verificándose que la suma de intensidades es cero, se concluye también

$$\mathscr{U}_{NN'} = 0$$

Los puntos neutros de la carga y del generador en los sistemas trifásicos equilibrados están, pues, al mismo potencial, ya exista o no hilo neutro. Esto nos permite poner en corto circuito los referidos puntos N y N' sin que se altere en nada el régimen de intensidades en las distintas partes del sistema. Esta situación se representa en la figura 15(b), donde también se han sustituido las impedancias en serie $\mathscr{Z}_g$, $\mathscr{Z}_L$ y $\mathscr{Z}$, y por una impedancia $\mathscr{Z}_Y$ equivalente.

Teniendo en cuenta que la tensión de neutro es cero, las ecuaciones para el cálculo de las intensidades quedan:

$$\mathscr{I}_a = \frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{Z}_Y}$$

$$\mathscr{I}_b = \frac{\mathscr{E}_2}{\mathscr{Z}_Y}$$

$$\mathscr{I}_c = \frac{\mathscr{E}_3}{\mathscr{Z}_Y}$$

esto es, el mismo resultado que considerando aisladamente los tres circuitos monofásicos que se representan en la figura 15(c), donde cada uno de ellos está formado con los elementos de una sola fase y con los puntos N y N' en cortocircuito.

Obsérvese que, por ejemplo, una vez calculada $\mathscr{I}_a$ y dado que el sistema es equilibrado, puede escribirse inmediatamente:

$$\mathscr{I}_b = \mathscr{I}_a (1\underline{|-120^\circ})$$
$$\mathscr{I}_c = \mathscr{I}_a (1\underline{|+120^\circ})$$

Conexión triángulo-triángulo

Consideremos ahora el sistema equilibrado Δ-Δ que se representa en la figura 16(a).

Cabe reducirlo a un sistema equivalente Y-Y transformando, de la forma que ya hemos estudiado, las fuertes y las impedancias de carga. Así se calculan las intensidades y las tensiones de línea. Estas tensiones de línea entre terminales de la carga, o sea,

$$\mathscr{U}_{ab}, \mathscr{U}_{bc}, \mathscr{U}_{ca}$$

permiten calcular inmediatamente las intensidades de fases de la conexión original, pues no hay más que dividir una de ellas por $\mathscr{Z}$, ya que las otras son de igual módulo y están separadas entre sí 120º.

También pueden calcularse las intensidades de fase a partir de las intensidades de línea. Para ello basta utilizar las relaciones que existen entre estas cantidades en la conexión Δ equilibrada, cuestión que hemos estudiado anteriormente.

Sin embargo, vamos a analizar directamente el sistema equilibrado Δ-Δ, que representamos en su forma más general en la referida figura 16(a). Si no existieran las impedancias de 1ínea $\mathscr{Z}_L$ sería:

$$\mathscr{U}_{ab} = \mathscr{U}_{a'b'}$$
$$\mathscr{U}_{bc} = \mathscr{U}_{b'c'}$$
$$\mathscr{U}_{ca} = \mathscr{U}_{c'a'}$$

Por ser equilibrado el sistema se verifica, exista o no $\mathscr{Z}_L$, que

$$\mathscr{I}_{ab} = \mathscr{I}_{a'b'}$$
$$\mathscr{I}_{bc} = \mathscr{I}_{b'c'}$$
$$\mathscr{I}_{ca} = \mathscr{I}_{c'a'}$$

lo que puede comprobarse inmediatamente examinando los diagramas vectoriales de intensidades en las cargas y en los generadores.

Para $\mathscr{Z}_L = 0$, las intensidades de fase son las que circulan por los circuitos monofásicos que se representan en la figura 16(b) y que se calculan inmediatamente. En efecto,

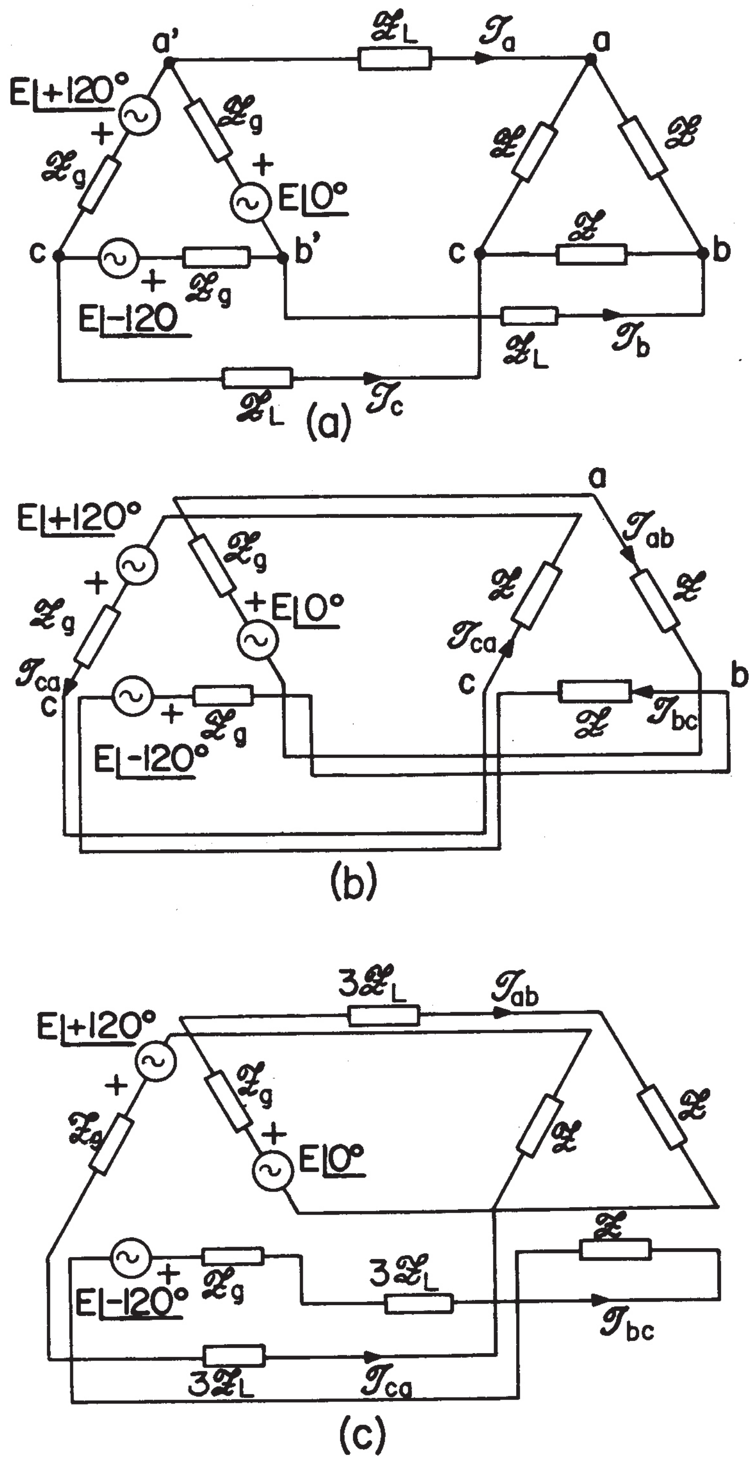

figura 16

$$\mathscr{I}_{ab} = \frac{E\underline{|0}}{\mathscr{Z}_g + \mathscr{Z}}$$

$$\mathscr{I}_{bc} = \mathscr{I}_{ab}\,(1\underline{|-120^{\circ}})$$

$$\mathscr{I}_{ca} = \mathscr{I}_{ab}\,(1\underline{|+120^{\circ}})$$

Veamos ahora el efecto de la impedancia $\mathcal{Z}_L$. Para la malla correspondiente a la fase a-b, esto es, la formada por la rama a-b de la carga, la rama a'-b' del generador y los conductores de línea que unen sus extremos homólogos, podemos escribir:

$$E\underline{|0} = \mathcal{Z}_g \mathcal{I}_{b'a'} + \mathcal{Z}_L \mathcal{I}_a + \mathcal{Z}\mathcal{I}_{ab} - \mathcal{Z}_L \mathcal{I}_b$$

de donde, teniendo en cuenta la igualdad entre las intensidades de fase en el generador y la carga y teniendo en cuenta las relaciones entre intensidades de línea y fase en sistemas equilibrados, se verifica para la carga equilibrada en Δ y sistema de secuencia directa que:

$$\mathcal{I}_a = \mathcal{I}_{ab}(\sqrt{3}\underline{|-30^o})$$
$$\mathcal{I}_b = \mathcal{I}_{bc}(\sqrt{3}\underline{|-30^o}) = \mathcal{I}_{ab}(\sqrt{3}\underline{|-150^o})$$

reulta

$$E\underline{|0^o} = (\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z})\mathcal{I}_{ab} + \mathcal{Z}_L\left(\sqrt{3}\underline{|-30^o} - \sqrt{3}\underline{|-150^o}\right)\mathcal{I}_{ab} = \left(\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z} + \mathcal{Z}_L\right)\mathcal{I}_{ab}$$

luego

$$\mathcal{I}_{ab} = \frac{E\underline{|0^o}}{\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z} + 3\mathcal{Z}_L}$$

y análogamente

$$\mathcal{I}_{bc} = \frac{E\underline{|-120^o}}{\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z} + 3\mathcal{Z}_L}$$
$$\mathcal{I}_{ca} = \frac{E\underline{|+120^o}}{\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z} + 3\mathcal{Z}_L}$$

Estas intensidades son las que se obtienen en los circuitos monofásicos de la figura 16(c). Cada uno de éstos comprende los elementos de la correspondiente fase más una impedancia igual a $3\mathcal{Z}_L$, la que representa el efecto producido por la impedancia de línea. Vemos, pues, que no hay que tomar el doble de $\mathcal{Z}_L$, como pudiera creerse a primera vista. Ello se debe a que las intensidades de línea son $\sqrt{3}$ veces las intensidades de fase.

Conexiones estrella-triángulo y triángulo-estrella

Los sistemas Y-Δ y Δ-Y se reducen fácilmente a Y-Y o Δ-Δ, transformando ya sean las cargas o los generadores