Ejemplo 21.2.—En el generador trifásico equilibrado que se representa en la figura 21.29 se verifica

$$E_a = E_b = E_c = 220 \text{ V}$$

Calcular el valor eficaz de la intensidad en la impedancia de carga $\mathcal{Z} = 6 + j2$.

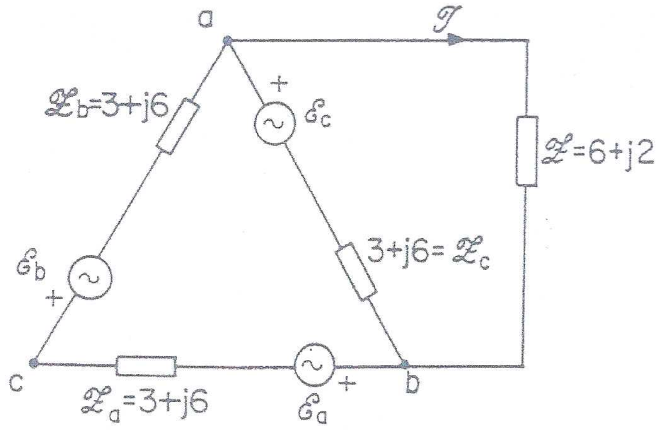

Figura 21-29

Primer método (cálculo directo).

Tomando $\mathcal{E}_a$ como origen de fases, y suponiendo secuencia directa (a-b-c), podemos escribir:

$$\mathcal{E}_a = 220 \underline{|0^\circ}$$

$$\mathcal{E}_b = 220 \underline{|-120^\circ}$$

$$\mathcal{E}_c = 220 \underline{|120^\circ}$$

En la figura 21.29 observamos que podemos combinar las impedancias y fuentes de las ramas que contienen $\mathcal{E}_a$ y $\mathcal{E}_b$ para formar así una rama única, como se muestra en la figura 21.30.

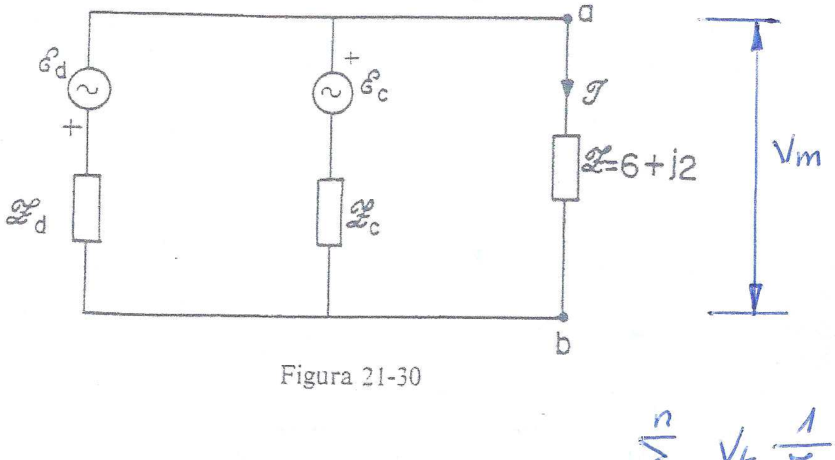

Figura 21-30

Teorema de Millman $\Rightarrow$ $V_m = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} V_k \frac{1}{Z_k}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{Z_k}}$

$= 220 + 220[\cos(-120) + j\,\mathrm{sen}(-120)]$
$= 220 - 110 - j190.53 = 220 \angle -60$

Se verifica que:

$$\mathcal{E}_d = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_b = 220 \angle 0^\circ + 220 \angle -120^\circ = 220 \angle -60^\circ$$

y

$$\mathcal{Z}_d = \mathcal{Z}_a + \mathcal{Z}_b = 6 + j\,12$$

Aplicando el teorema de Millman al circuito de la figura 21.30 tenemos

$$(*) \quad \mathcal{U}_{ab} = \frac{-\dfrac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{Z}_d} + \dfrac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{Z}_c}}{\dfrac{1}{\mathcal{Z}_d} + \dfrac{1}{\mathcal{Z}_c} + \dfrac{1}{\mathcal{Z}}} = \frac{2\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d}{1 + 2 + \dfrac{\mathcal{Z}_d}{\mathcal{Z}}} = \frac{3\mathcal{E}_c}{1 + 2 + \dfrac{\mathcal{Z}_d}{\mathcal{Z}}}$$

ya que

$$\mathcal{Z}_d = 2\,\mathcal{Z}_c \ \text{y}\ \mathcal{E}_d = 220 \angle -60^\circ \Rightarrow -220 \angle 120^\circ = -\mathcal{E}_c$$

Por lo tanto, la corriente de carga será

$$\mathcal{I} = \frac{\mathcal{U}_{ab}}{\mathcal{Z}} = \frac{3\mathcal{E}_c}{3\,\mathcal{Z} + \mathcal{Z}_d} = \frac{3 \cdot 220 \angle 120^\circ}{3(6 + j\,2) + 6 + j\,12} = \frac{220 \angle 120^\circ}{8 + j\,6}$$

de donde

$$I = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

Segundo método (Conversión de la fuente trifásica en un triángulo a una en estrella equivalente).

El generador en triángulo puede ser reemplazado por otro en estrella. Como esta transformación es indeterminada, podemos dar una condición arbitraria para tal transformación. Supongamos que dicha condición sea la de que el neutro n de la estrella coincida con a, como indica la figura 21.31.

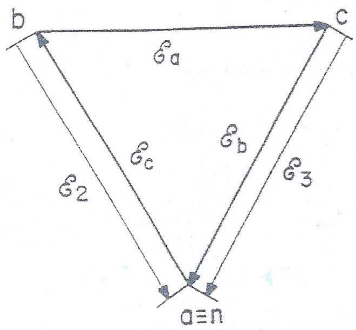

Figura 21-31

$\left.\begin{array}{l} Z_d = 2Z_c \\ \mathcal{E}_d = -\mathcal{E}_c \end{array}\right\}$

$$(*) \quad \mathcal{U}_{ab} = \frac{-\dfrac{\mathcal{E}_d}{Z_d} + \dfrac{\mathcal{E}_c}{Z_c}}{\dfrac{1}{Z_d} + \dfrac{1}{Z_c} + \dfrac{1}{Z}} = \frac{\dfrac{\mathcal{E}_c}{2Z_c} + \dfrac{\mathcal{E}_c}{Z_c}}{\dfrac{1}{2Z_c} + \dfrac{1}{Z_c} + \dfrac{1}{Z}} = \frac{\dfrac{3\mathcal{E}_c}{2Z_c}}{\dfrac{3}{2Z_c} + \dfrac{1}{Z}} = \frac{\dfrac{3\mathcal{E}_c}{\cancel{2Z_c}}}{\dfrac{3Z + 2Z_c}{\cancel{2Z_c} \cdot Z}}$$

$$= \frac{3\mathcal{E}_c \cdot Z}{3Z + 2Z_c} = \boxed{\frac{3\mathcal{E}_c Z}{3Z + Z_d}}$$

Las fuentes de cada fase de la estrella, figura 21.32, serán:

$$\left|\begin{array}{l} \mathcal{E}_1 = 0 \\ \mathcal{E}_2 = -\mathcal{E}_c = 200 \underline{\left| -60^\circ \right.} \\ \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_b = 220 \underline{\left| -120^\circ \right.} \end{array}\right.$$

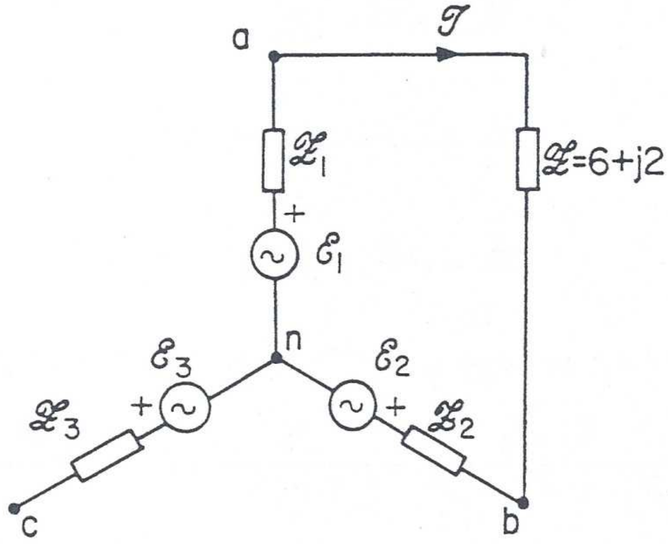

Figura 21-32

y sus impedancias internas

$$\mathcal{Z}_1 = \mathcal{Z}_2 = \mathcal{Z}_3 = \frac{3 + j\,6}{3} = 1 + j\,2$$

El valor de la intensidad de la carga viene dado por

$$\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2 + \mathcal{Z}} = \frac{220 \underline{\left| 120^\circ \right.}}{8 + j\,6}$$

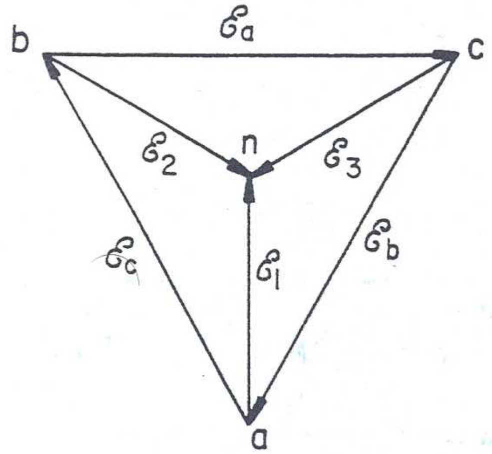

Figura 21-33

resultado igual al obtenido anteriormente. Esto es,

$$I = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

Si el criterio a utilizar fuera que el neutro de la estrella coincidiera con el baricentro del triángulo de la figura 21.33, la fuente trifásica equivalente de la figura 21.32 sería equilibrada. En este caso, las fuentes ideales toman los valores

$$\mathscr{E}_1 = \frac{220}{\sqrt{3}} \underline{|90^\circ}$$

$$\mathscr{E}_2 = \frac{220}{\sqrt{3}} \underline{|-30^\circ}$$

$$\mathscr{E}_3 = \frac{220}{\sqrt{3}} \underline{|-150^\circ}$$

Con ello, la corriente de carga será:

$$\mathscr{I} = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{\mathscr{Z}_1 + \mathscr{Z}_2 + \mathscr{Z}} = \frac{\mathscr{E}_c}{8 + j\,6} = \frac{220 \underline{|120^\circ}}{8 + j\,6}$$

igual resultado que por los procedimientos anteriores.